第41卷 第9期 太 阳 能 学 报 Vol. 41, No. 9
2020年9月 ACTA ENERGIAE SOLARIS SINICA Sep., 2020

文章编号:0254-0096(2020)09-0104-10

# 新能源汇集地区次同步谐波检测方法的研究

张 超[1,2], 王维庆[1], 王海云[1], 邱衍江[1,3]

(1. 新疆大学电气工程学院可再生能源发电与并网技术教育部工程研究中心, 乌鲁木齐 830047;
2. 广州供电局有限公司, 广州 510620; 3. 广东电网公司江门供电局, 江门 529030)

**摘 要**: 快速傅里叶变换(fast Fourier transform,FFT)在非同步采样和非整数周期截断时难以高精度检测谐波各参数,加窗和插值算法可提高FFT的精确度。在对纳托尔窗(Nuttall)频谱特性分析的基础上,提出以4项5阶Nuttall窗通过自卷积运算得到Nuttall自卷积窗函数,推导基于Nuttall自卷积窗四谱线校正公式。仿真结果表明,该算法能较精确地检测次同步谐波的频率特征值并抑制谱间干扰。最后,将Nuttall自卷积窗和四谱线插值FFT算法应用于新疆哈密地区次同步谐波检测,验证了该算法的有效性。

**关键词**: 快速傅里叶变换; 谐波分析; Nuttall自卷积窗; 四谱线插值; 次同步谐波

**中图分类号**: TM614 **文献标志码**: A

## 0 引 言

新能源风力发电中广泛使用的无功补偿设备及整流及逆变装置,在表现优良性能的同时也会给电网注入大量谐波[1]。当前新能源并网研究主要关注高次整数次谐波,对于10~40 Hz范围内的次同步谐波研究则集中在产生机理及传播定位方面,对于实际电网中次同步谐波的检测缺乏关注度[2]。次同步谐波一方面会影响系统电能质量,另一方面则可能导致火电机组发生轴系扭振现象[3],给整个电力系统安全稳定运行埋下隐患。所以需要针对次同步谐波研究一个合适的检测方法[4]。

目前,快速傅里叶变换(fast Fourier transform,FFT)是次同步谐波检测最常用的方法。然而,采用FFT对信号进行频谱分析易产生频谱泄露和栅栏效应[5]。为减小非同步采样下的检测误差,一般采用加窗对信号进行截断以减少频谱泄露对精度的影响,采用插值以克服栅栏效应[6]。最常用的窗函数包括汉明(Hamming)窗[7]、汉宁(Hanning)窗[8]、纳托尔(Nuttall)窗以及各种组合窗[9]。常用窗函数很难同时兼顾优良的主瓣性能以及旁瓣性能。本文以4项5阶Nuttall窗为原始窗构建了Nuttall自卷积窗,并提出基于Nuttall自卷积窗的四谱线插值FFT高精度电力谐波分析方法,利用Matlab中polyfit函数推导了实用的修正公式[10]。通过实验仿真对比,本文提出的加窗插值算法具有较高的检测精度。将算法运用到新疆哈密地区电网实际的次同步谐波检测中,能够高精度地实现检测目标,有很高的实用性。

## 1 Nuttall自卷积窗函数及其频率特性

### 1.1 Nuttall自卷积窗函数

Nuttall窗是一种余弦组合窗,相比于其他窗函数,因其具有的优良旁瓣性能,可较好的抑制远程与近程频谱泄露,其时域表达式为:

$$w(n)=\sum_{m=0}^{M-1}(-1)^m b_m\cos(2\pi nm/N) \tag{1}$$

式中,$M$——函数的项数;采样点取值数,$n=0,1,2,\cdots,N-1$,其中$N$为母窗函数长度;$b_m$应满足约束条件$\sum_{m=0}^{M-1}b_m=1$,$\sum_{m=0}^{M-1}(-1)^m b_m=0$,$m$为窗函数顺序数。

Nuttall窗的离散傅里叶变换(discrete Fourier transform,DFT)如式(2)所示,其中$W_R(\omega)$为矩形窗函数的频谱函数,具体表达式如式(3)所示。

**收稿日期**: 2018-01-30
**基金项目**: 教育部创新团队滚动支持计划(IRT-16R63)
**通信作者**: 王维庆(1959—),男,博士、教授、博士生导师,主要从事电力系统自动化和风力发电机组的智能控制方面的研究。
xjdxwwq@163.com

$$W_N(\omega)=\sum_{m=0}^{M-1}(-1)^m\frac{b_m}{2}\cdot\left[W_R\left(\omega-\frac{2\pi}{N}m\right)+W_R\left(\omega+\frac{2\pi}{N}m\right)\right] \tag{2}$$

$$W_R(\omega)=\frac{\sin(\omega N/2)}{\sin(\omega/2)}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega(N-1)/2} \tag{3}$$

通常 $N\gg1$，则式(2)可化简为：

$$W_N(\omega)=\frac{N\omega}{\pi}\sin(\pi\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi\omega}\sum_{m=0}^{M-1}(-1)^m\frac{b_m}{\omega^2-m^2} \tag{4}$$

Nuttall 自卷积窗函数(Nuttall self- convolution window，NSCW)定义为若干个 Nuttall 窗函数进行自卷积运算的结果[11]。如式(5)所示，$p$ 阶 Nuttall 自卷积窗序列由 $p$ 个长度相同的 Nuttall 窗序列做 $p-1$ 次离散卷积，并在卷积序列首尾补零所得。

$$w_p(n)=w(n)\times w(n)\times\cdots\times w(n) \tag{5}$$

序列长度为 $N_p=pN$，$N_p$ 为 $p$ 阶窗函数长度。时域卷积定理指出，信号在时域的卷积对应于在频域中各信号傅立叶变换的乘积，则 $p$ 阶 Nuttall 自卷积窗的离散频率响应为：

$$W_p(\omega)=[W(\omega)]^p \tag{6}$$

根据式(1)中 $b_m$ 的取值不同，可得到不同的余弦组合窗函数，图 1 为典型 Nuttall 窗函数的幅频响应曲线。其中，4 项 5 阶 Nuttall 窗旁瓣峰值电平为 −60.96 dB，旁瓣衰减速率为 42 dB/oct，相比于其他余弦窗，其具有更加优良的旁瓣特性。因此，本文以 4 项 5 阶 Nuttall 窗作为卷积窗函数的原始窗[12]。

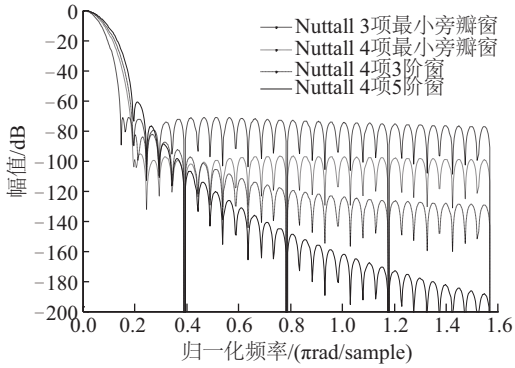



图1　典型Nuttall窗的幅频响应曲线

Fig. 1　Frequency response of typical Nuttall windows

## 1.2　Nuttall自卷积窗函数的主瓣特性

距离窗函数频域原点左右两侧最近的 2 个零点之间的间隔定义为窗函数主瓣宽度，单位为频谱分辨率 $\Delta\omega$。根据对称性原则，$p$ 阶 Nuttall 自卷积窗函数主瓣宽度为单侧最近零点与频域原点之间距离的 2 倍。

在 DFT 中，频谱分辨率为 $\Delta\omega=2\pi/N$，则：

$$\omega=\Delta\omega\lambda=2\pi\lambda/N \tag{7}$$

式(7)中，$\lambda=0,1,2,\cdots,\frac{N}{2}-1$，将式(7)代入式(6)，则有：

$$W_p(\lambda)=(N/\pi)^p\left|\sin(\pi\lambda)\sum_{m=0}^{M-1}(-1)^m b_m\frac{\lambda}{\lambda^2-m^2}\right|^p \tag{8}$$

当 $\lambda>m$，将式(8)按级数展开：

$$W_p(\lambda)=\left|N\frac{\sin(\pi\lambda)}{\pi\lambda}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{1}{\lambda^{2i}}\sum_{m=0}^{M-1}(-1)^m b_m m^{2i}\right|^p \tag{9}$$

如 $W_p(\lambda)=0$，则需 $\lambda=M+d$，$d=0,1,2,\cdots,N/2-M$，当 $d=0$ 时，$W_p(\lambda)$ 达到第 1 个频域原点。由此可得主瓣宽度为：

$$B=\frac{4p\pi M}{N_p} \tag{10}$$

由此可见，当窗函数序列长度 $N_p$ 一定时，Nuttall 自卷积窗函数主瓣宽度 $B$ 与阶数 $p$ 成正比，随着卷积阶数增大，主瓣将也越宽。

## 1.3　Nuttall自卷积窗函数的旁瓣特性

图 2 给出基于 4 项 5 阶 Nuttall 窗的 1~4 阶 Nuttall 自卷积窗函数的归一化对数频谱，其中母窗长度 $N=128$。由图 2 可见，Nuttall 自卷积窗函数旁瓣峰值电平以及旁瓣衰减速率随卷积阶数 $p$ 增大而增大，即旁瓣性能随卷积阶数增加而迅速提高。Nuttall 自卷积窗与其他经典窗函数的频谱特性比较如表 1 所示，从表 1 可看出 Nuttall 自卷积窗函数频域特性明显优于其他窗函数。故后文采用 4 阶 Nuttall 自卷积窗对信号进行截断，这样可有效地抑制频谱泄露对检测精度的影响[13]。

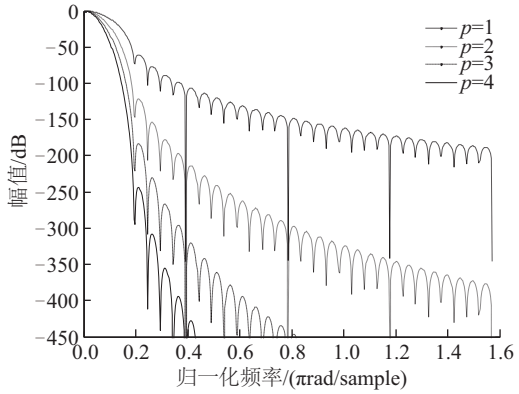



图2　4项5阶自卷积窗函数的幅频响应曲线

Fig. 2　Frequency response of self-convolution windows based on 4 terms 5 order Nuttall window

**表1 Nuttall自卷积窗与经典窗函数的频谱特性比较**

Table 1 Comparison of spectrum characteristics between Nuttall self-convolution window and classical windows

| 窗函数 | 主瓣宽度 | 旁瓣峰值/dB | 旁瓣衰减速度/dB·(oct)$^{-1}$ |
|---|---|---|---|
| 矩形窗 | $4\pi/N$ | −13 | 6 |
| 三角窗 | $8\pi/N$ | −27 | 12 |
| Hanning窗 | $8\pi/N$ | −32.2 | 18 |
| Hamming窗 | $8\pi/N$ | −43 | 6 |
| Nuttall窗 | $16\pi/N$ | −83 | 30 |
| Nuttall卷积窗 | $4p\pi M/N_p$ | $-60.95p$ | $42p$ |

## 2 基于Nuttall自卷积窗的四谱线插值算法

### 2.1 四谱线插值原理

设共含 $H$ 次谐波信号采样后离散序列为：

$$x(n)=\sum_{h=1}^{H}A_h\sin(2\pi\frac{f_h}{f_s}\cdot n+\varphi_h) \tag{11}$$

式中，$A_h$、$f_h$、$\varphi_h$——第 $h$ 次谐波的幅值、频率以及相角；$f_s$——采样频率，$n=0,1,2,\cdots,N_H-1$，$N_H$ 为采样点数量。

首先采用长度为 $N_p$ 的4阶 Nuttall 自卷积窗 $w_p(n)$ 对信号进行截断，则信号的频谱函数为：

$$\begin{aligned}X(k)&=\sum_{-\infty}^{\infty}x(n)w_p(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi nf}\\&=\sum_{h=1}^{H}\frac{A_h}{2\mathrm{j}}\left[\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_h}W_p(k-\frac{f_h}{\Delta f})-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi_h}W_p(k+\frac{f_h}{\Delta f})\right]\end{aligned} \tag{12}$$

式中，$k=0,1,2,\cdots,N-1$。忽略负频点处频峰的旁瓣影响，则式(12)可简化为：

$$X(k)=\sum_{h=1}^{H}\frac{A_h}{2\mathrm{j}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_h}W_p(k-\frac{f_h}{\Delta f}) \tag{13}$$

为方便四谱线插值公式推导，现单分析第 $h$ 次谐波信号参数，忽略其他次谐波的影响，则式(13)变为：

$$X(k)=\frac{A_h}{2\mathrm{j}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_h}W_p(k-\frac{f_h}{\Delta f}) \tag{14}$$

其谱线幅值为：

$$|X(k)|=\frac{A_h}{2}\left|W_p(k-\frac{f_h}{\Delta f})\right| \tag{15}$$

在非同步采样时会发生频谱泄露现象，各离散点上的FFT频谱不是单位冲击响应。如图3所示，第 $h$ 次谐波准确频点 $k_h$ 附近的4根谱线分别为 $k_{h1}$、$k_{h2}$、$k_{h3}$ 和 $k_{h4}$，$k_{h1}<k_{h2}<k_{h3}<k_{h4}$，且 $k_{h1}=k_{h2}-1$，$k_{h2}=k_{h3}-1$，$k_{h3}=k_{h4}-1$。这4根谱线的幅值分别为 $y_1$、$y_2$、$y_3$ 和 $y_4$[14-15]。

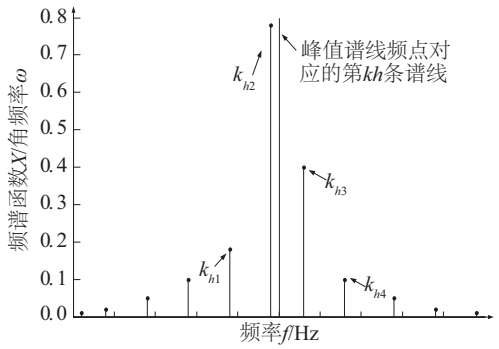



图3 非同步采样后的频谱

Fig. 3 Spectrum after asynchronous sampling

记 $\alpha=k_h-k_{h2}-0.5$，由于 $0\leqslant k_h-k_{h2}\leqslant 1$，则 $\alpha$ 取值范围是 $\alpha\in[-0.5,0.5]$。

另记：

$$\beta=\frac{y_4+3y_3-3y_2-y_1}{y_4+3y_3+3y_2+y_1} \tag{16}$$

将式(14)代入式(16)，可得式(17)：

$$\beta=\frac{|W_p(-\alpha+1.5)|+3|W_p(-\alpha+0.5)|-3|W_p(-\alpha-0.5)|-|W_p(-\alpha-1.5)|}{|W_p(-\alpha+1.5)|+3|W_p(-\alpha+0.5)|+3|W_p(-\alpha-0.5)|+|W_p(-\alpha-1.5)|} \tag{17}$$

式(17)可把 $\beta$ 看作是 $\alpha$ 的函数，即 $\beta=f(\alpha)$，通过 Matlab 中 polyfit 函数对上式进行反拟合，即得 $\alpha=f^{-1}(\beta)$。因 Nuttall 窗是余弦组合窗，系数 $b_m$ 均为实系数，其频率响应是偶对称，故而 $f(\cdot)$ 和 $f^{-1}(\cdot)$ 均为奇函数，表达式为：

$$\alpha=b_1\beta+b_3\beta^3+\cdots+b_{2q+1}\beta^{2q+1} \tag{18}$$

式中，$b_1,b_3,\cdots,b_{2q+1}$——多项式逼近奇次系数，通过式(19)可对第 $h$ 次谐波参数进行估算。

$$f_h=k_h\Delta f=(k_{h2}+\alpha+0.5)\cdot\frac{f_s}{N_p} \tag{19}$$

$$\varphi_h=\arg\left[X(k_{h2})\right]+\frac{\pi}{2}-\arg\left[W_p(\alpha+0.5)\right] \tag{20}$$

用权重法进行谐波幅值参数估计，由于 $k_{h2}$ 和 $k_{h3}$ 这2条谱线含有更多关于 $k_h$ 的有用信息，故给这2条谱线较大的权值，可得到：

$$A_h=\frac{y_4+3y_3-3y_2-y}{|W_p(-\alpha+1.5)|+3|W_p(-\alpha+0.5)|+3|W_p(-\alpha-0.5)|+|W_p(-\alpha-1.5)|} \tag{21}$$

$N$ 通常为 512 或 1024，当 $N$ 较大时，式(21)可简化为：

$$A_h \approx \frac{y_4 + 3y_3 - 3y_2 - y}{N_p} u(\alpha) \tag{22}$$

式中，$u(\alpha)$ ——偶函数，故不含奇次项，通过式(21)和式(22)，同样用 polyfit 函数对 $u(\alpha)$ 进行拟合，则修正逼近多项式为：

$$A_h \approx \frac{y_4 + 3y_3 - 3y_2 - y}{N_p}\left(c_0 + c_2\alpha^2 + \cdots + c_{2q}\alpha^{2q}\right) \tag{23}$$

式中，$C_0, C_2, \cdots, C_{2q}$ ——多项式逼近偶次系数。

### 2.2　基于Nuttall自卷积窗的插值修正公式

取 $b_0 = 0.3125$，$b_1 = 0.46875$，$b_2 = 0.1875$，$b_3 = 0.03125$ 代入式(8)，并令 $M = 4$，$p = 4$。

$$\left|W_4(\lambda)\right| = \left(\frac{N}{\pi}\right)^4 \left|\sin(\lambda\pi)\sum_{m=0}^{3}(-1)^m b_m \frac{\lambda}{\lambda^2 - m^2}\right|^4 \tag{24}$$

通过式(24)与式(17)，在 $[-0.5, 0.5]$ 取一组数据，代入可得一组 $\beta$，通过 poly($\beta$, $\alpha$, 9)进行拟合，则 Nuttall 4 阶卷积窗对应的 $f^{-1}(\beta)$ 为：

$$\alpha \approx 0.4695232\beta^7 + 0.7760032\beta^5 + 1.6888671\beta^3 + 8.7606667\beta \tag{25}$$

采用同样的方法，取一组 $\alpha$ 代入 $u(\alpha)$，可通过 *polyfit*($\alpha$, $u(\alpha)$, 6)拟合，得到 $u(\alpha)$ 的系数，本文的 $u(\alpha)$ 为：

$$u(\alpha) \approx 0.420004\alpha^6 + 19.091558\alpha^4 + 596.479834\alpha^2 + 9529.069884 \tag{26}$$

采用本文加窗插值算法进行谐波、间谐波参数估计流程如图 4 所示。

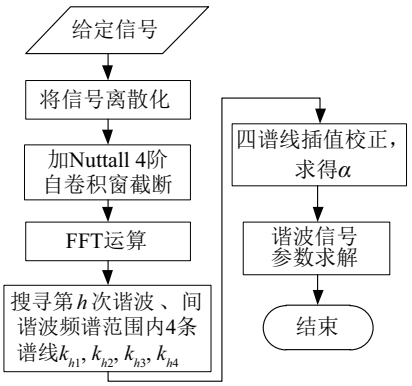



图4　算法流程图

Fig. 4　Flow diagram of algorithm

## 3　仿真验证与分析

### 3.1　经典信号谐波分析

为验证本文所提基于 4 项 5 阶 Nuttall 窗的 NSCW 函数和四谱线插值 FFT 谐波分析算法的具有高检测精度，采用式(27)的经典信号进行仿真实验分析，其离散表达式为[16]：

$$x(n) = A_0 + A_1\sin\left(\frac{2\pi f_1 n}{N} + \varphi_1\right) + A_3\sin\left(\frac{2\pi f_3 n}{N} + \varphi_3\right) \tag{27}$$

式中，$A_0 = 0.2$ V；$A_1 = 6$ V；$f_1 = 20.2$ Hz；$\varphi_1 = 0.1$ rad；$A_3 = 1$ V；$f_3 = 60.6$ Hz；$\varphi_3 = 0.1$ rad。

式(27)已被众多文献作为仿真实验信号，本文分别采用 2 阶 NSCW 和 4 阶 NSCW 对信号进行截断，并运用频谱相位校正算法进行参数估计，所采用的 4 项 5 阶 Nuttall 母窗长度 $N$ 为 128。表 2 给出了本文算法和其他算法谐波参数估计的绝对误差值。从表 2 可看出，因为基于 4 项 5 阶 Nutall 窗的自卷积窗在主瓣宽度倍频处具有最低旁瓣峰值电平与最快旁瓣衰减速度，故具有较高的检测精度。与其他算法相比，在数据长度减少时，参数估计误差相比于其他算法小 2 个数量级以上，检测精度远高于其他算法。

**表2　不同算法的谐波分析对比**

Table 2　Comparison of harmonic analysis of different algorithms

| 算法 | Hanning窗双谱线插值 | Blackman-Harris窗双谱线插值 | 2阶NSCW四谱线插值 | 4阶NSCW四谱线插值 |
|---|---|---|---|---|
| 采样长度 | 2048 | 512 | 256 | 256 |
| $A_0$/V | $1.70\times10^{-7}$ | $8.43\times10^{-8}$ | $1.43\times10^{-8}$ | $4.28\times10^{-8}$ |
| $A_1$/V | $1.20\times10^{-8}$ | $7.52\times10^{-8}$ | $6.43\times10^{-8}$ | $6.10\times10^{-10}$ |
| $f_1$/Hz | $1.60\times10^{-7}$ | $2.64\times10^{-8}$ | $2.56\times10^{-8}$ | $2.07\times10^{-15}$ |
| $\varphi_1$/rad | $-1.00\times10^{-4}$ | $2.69\times10^{-7}$ | $2.05\times10^{-7}$ | $1.09\times10^{-11}$ |
| $A_3$/V | $-5.50\times10^{-6}$ | $3.91\times10^{-9}$ | $5.57\times10^{-9}$ | $1.01\times10^{-10}$ |
| $f_3$/Hz | $-9.00\times10^{-6}$ | $2.64\times10^{-8}$ | $2.47\times10^{-8}$ | $6.06\times10^{-15}$ |
| $\varphi_3$/rad | $7.00\times10^{-4}$ | $7.85\times10^{-6}$ | $-2.17\times10^{-6}$ | $1.14\times10^{-13}$ |

注：$A_0$—基波幅值；$f$—谐波频率；$\varphi$—谐波相位；下标数字 1、3 分别代表 1 次、3 次。(表 2、表 4 同)

因为本文主要将算法应用于新能源汇集地区次同步谐波检测，所以必须考虑到不同频率跨度对谐波参数估计误差的影响，即要求算法在频率间隔逐渐减小的情况小仍保持较高的检测精度。采用式(27)的信号进行仿真分析，取表3所示的3组不同频率间隔的$f_1$及$f_3$进行仿真对比分析，表4为幅值、相位及频率绝对误差，其中基于频率跨度一的绝对误差值是上文仿真结果。

**表3 3组频率跨度设定值**

Table 3 Three pairs of frequency span set values

| 参数 | 频率跨度2 | 频率跨度3 | 频率跨度4 |
|---|---|---|---|
| $f_1$/Hz | 10.5 | 15.5 | 18.4 |
| $f_3$/Hz | 40.6 | 35.6 | 24.5 |

**表4 基于不同频率跨的幅值及相位误差**

Table 4 Amplitude and phase error based on different frequency span

| 参数 | 频率跨度1 | 频率跨度2 | 频率跨度3 | 频率跨度4 |
|---|---|---|---|---|
| $A_0$/V | $4.28\times10^{-8}$ | $5.20\times10^{-8}$ | $6.84\times10^{-8}$ | $4.14\times10^{-7}$ |
| $A_1$/V | $6.10\times10^{-10}$ | $2.04\times10^{-10}$ | $4.07\times10^{-10}$ | $-9.94\times10^{-8}$ |
| $f_1$/Hz | $2.07\times10^{-15}$ | $6.28\times10^{-15}$ | $2.35\times10^{-15}$ | $1.51\times10^{-12}$ |
| $\varphi_1$/rad | $1.09\times10^{-11}$ | $-8.86\times10^{-11}$ | $2.65\times10^{-10}$ | $-1.34\times10^{-8}$ |
| $A_3$/V | $1.01\times10^{-10}$ | $4.07\times10^{-11}$ | $6.84\times10^{-11}$ | $2.15\times10^{-9}$ |
| $f_3$/Hz | $6.06\times10^{-15}$ | $2.35\times10^{-15}$ | $1.72\times10^{-14}$ | $3.02\times10^{-11}$ |
| $\varphi_3$/rad | $1.14\times10^{-13}$ | $2.65\times10^{-13}$ | $1.97\times10^{-13}$ | $2.01\times10^{-10}$ |

从表4可看出，在$f_1$与$f_3$间隔较大时，本文算法具有较高的参数估计精度，如跨度一及跨度二误差结果所示。随着$f_1$与$f_3$的接近，误差也随之增大。当$f_1$为18.4 Hz、$f_3$为24.5 Hz，绝对误差较其他情况高1~2个数量级，但是相比于其他算法，仍具有较高的精度。因此，当谐波频率非常接近时，在一定采样窗口长度下，本文算法能够满足不同频率跨度下检测精度要求。

### 3.2 复杂信号谐波参数估计实验

此部分仿真实验必须考虑：1)当次同步谐波含量较小时，检测算法还能够抑制间谐波被谐波频谱所湮没；2)当间谐波含量较多且成分接近时，算法能够谱间干扰的能力；3)因超同步谐波往往伴生着次同步谐波，故本节仿真还充分考虑算法对超同步谐波的检测精度。

基于上述条件，本节对式(28)进行参数赋值并做仿真分析。

$$x(n)=\sum_{i=0}^{7}A_i\sin\left(\frac{2\pi f_0 n}{f_s}+\varphi_i\right) \tag{28}$$

式中，$f_0$——基波频率，$f_0$=49.8 Hz；$f_s$——采样频率$f_s$=2500 Hz。

设定基波及各次谐波、间谐波的幅值和相角如表5所示。选取4阶NSCW对信号进行截断，并采用基于NSCW函数的四谱线插值FFT算法实现信号参数估计，可得到基波和各次谐波、间谐波的幅值与相位，表5给出了仿真实验所得到的幅值、相位参数估计相对误差。由表5可见，幅值和相位参数估计精度很高，相对误差分别达到$10^{-14}$和$10^{-13}$数量级，尤其是对5次谐波等整数次谐波幅值相对误差已经达到$10^{-15}$。由此可见，本文算法能够准确检测谐波、间谐波的频率特征值并且能够抑制间谐波频谱之间的干扰。

**表5 信号参数设定**

Table 5 Set values of signal parameters

| 谐波/间谐波次数 | 设定幅值/V | 设定相角/(°) | 谐波/间谐波次数 | 设定幅值/V | 设定相角/(°) |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.1 | 1.1 | 34.0 | 1.4 | 3.8 | 26.1 |
| 0.2 | 1.2 | 56.0 | 1.6 | 4.0 | 32.0 |
| 0.3 | 1.4 | 15.0 | 1.8 | 4.2 | −52.7 |
| 0.4 | 1.5 | 0.8 | 2.0 | 20.0 | 30.0 |
| 0.5 | 1.8 | 46.0 | 2.5 | 5.2 | 60.5 |
| 0.6 | 2.1 | 65.0 | 3.0 | 16.4 | 100.0 |
| 0.7 | 2.4 | 43.1 | 4.0 | 12.0 | 150.0 |
| 0.8 | 3.7 | 27.0 | 5.0 | 17.0 | 85.0 |
| 0.9 | 3.3 | 58.0 | 6.0 | 35.0 | 64.0 |
| 1.0 | 380.0 | 75.0 | 7.0 | 50.0 | 77.0 |
| 1.2 | 4.3 | 42.0 | — | — | — |

为进行对比分析，再分别采用4项R-V窗、4项余弦窗、6项余弦窗对信号进行加权处理，并用四谱线插值FFT算法对式(28)信号进行参数检测，基波与各次谐波、间谐波幅值测量相对误差分布情况如图5，相位测量相对误差分布情况如图6所示。

由图5可知，采用4阶Nuttall自卷积窗具有最高的基波和谐波、间谐波幅值检测精度，相对误差均小于$10^{-14}$；采用4项R-V窗、4项余弦窗、6项余弦窗时，基波和各次谐波、间谐波幅值相对误差均大于$10^{-5}$。如采用四项余弦窗时，0.3次幅值检测相对误差大于$10^{-7}$；而采用本文窗函数0.3次幅值检测相对误差小于$10^{-14}$，改善效果非常明显。

由图6可见，采用4阶Nuttall自卷积窗后基波和各次谐波、间谐波相位检测相对误差均小于$10^{-13}$；采用

其他 3 种窗函数相位检测相对误差均大于 $10^{-5}$。因此，采用以 4 项 5 阶 Nuttall 窗构建的 4 阶 Nuttall 自卷积窗函数明显提高了对基波和各次谐波、间谐波的相位及幅值的检测精度，更适用于新能源汇集地区次同步谐波的检测。

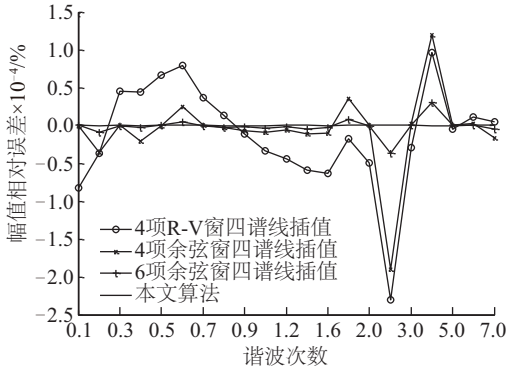



图5　幅值相对误差比较

Fig. 5　Comparison of relative error of amplitude

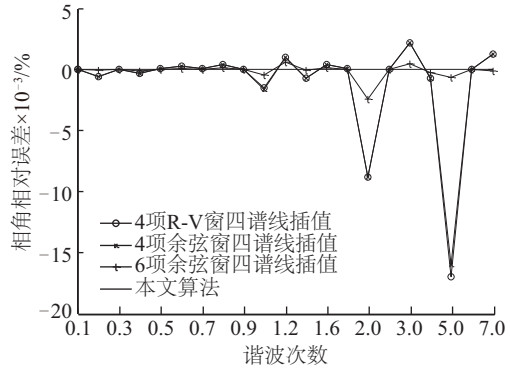



图6　相位相对误差比较

Fig. 6　Comparison of relative error of phase

### 3.3　频率变动与白噪声的仿真实验

当信号频率变动时，很难严格做到同步采样。如前文所述，非同步采样时，频率变动会导致频谱间泄露量的变化，将影响谐波参数估计的精度。现采用如式(28)所示信号进行频率变动下的仿真分析，当基波频率在 49.2~50.6 Hz 之间变化时，采用基于 Nuttall 自卷积窗的四谱线插值 FFT 算法对信号进行参数估计，幅值、相位相对误差如图 7 所示。由图 7 可知，当信号频率变动时，幅值参数估计相对误差、相位参数估计相对误差基本与信号频率不变动时保持在同一个数量级。因此，采用 Nuttall 自卷积窗对信号进行截断处理能够有效克服频率变动降低信号参数估计精度的现象。

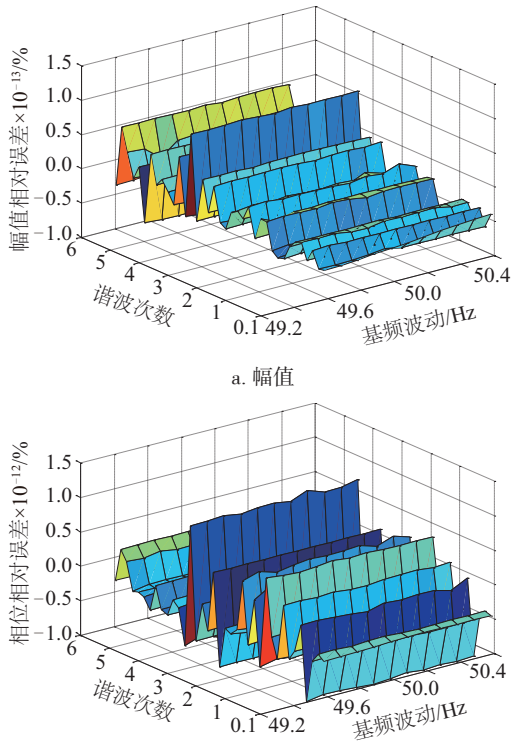



图7　频率变动时谐波参数仿真结果的相对误差分布图

Fig. 7　Relative error distribution diagram of simulation results of harmonic parameters in frequency variation

工程实际中的信号中通常含有噪声，它会在一定程度上降低信号分析精准度。在式(28)信号模型基础上，添加不同信噪比的高斯白噪声，分别选择 Hamming 窗、Hanning 窗、以及 4 阶 Nuttall 自卷积窗进行仿真分析。信号基波幅值相对误差变化率分布曲线结果如图 8 所示。

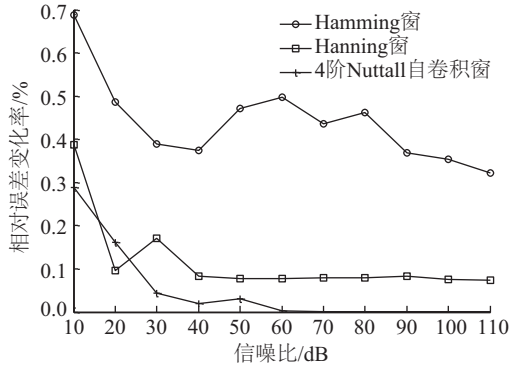
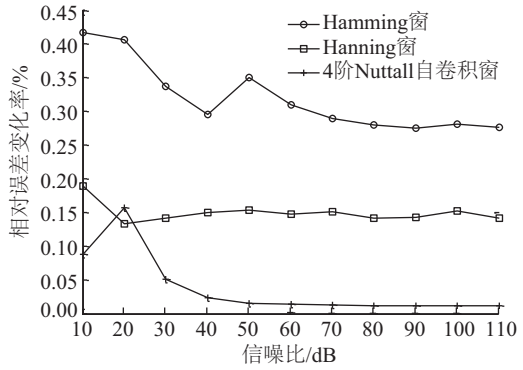



图8　白噪声下基波频率估计

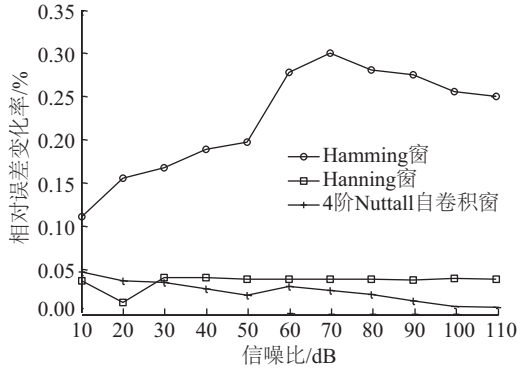
Fig. 8　Fundamental frequency estimation with presence of white noise

图 9 给出了 25 Hz 间谐波的幅值与相位相对误差

变化率分布曲线。




a. 幅值




b. 相位

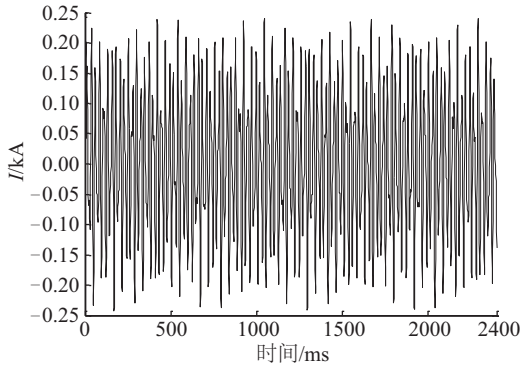
图9 白噪声下的0.5次间谐波参数估计

Fig. 9 Parameters estimation of 0.5 inter-harmonic with presence of white noise

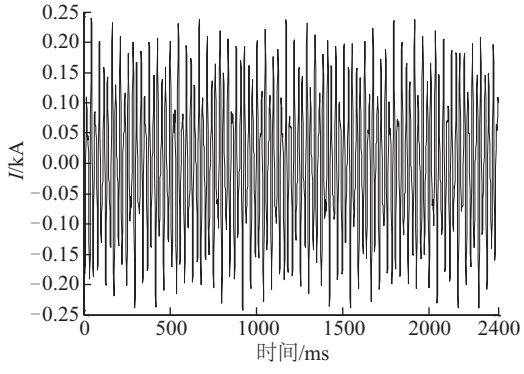
如图 8、图 9 可见，Hamming 窗因其固有的频谱特性较差，在参数提取实验中所表现出的抗躁性也较差，信号参数估计误差变化很大；当信噪比 $SNR<30$ dB 时，因噪声含量大导致所有算法分析精度均较低，但是 4 阶 Nuttall 自卷积窗函数的频谱校正算法仍比其他参数检测算法估计精度高；当信噪比 $SNR\geqslant30$ dB 时，2 种基于 2 项余弦窗的检测算法的参数估计相对误差变化率基本为同一个数量级，但 4 阶 Nuttall 自卷积窗函数的频谱校正算法则随着信噪比的增大而不断减小。由噪声仿真结果表明，4 阶 Nuttall 自卷积窗函数及四谱线插值 FFT 算法具备较为理想的抗躁性，误差变化明显低于其他经典谐波检测算法。

## 4 应用讨论

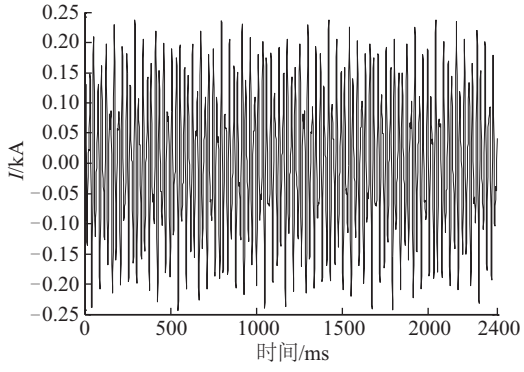
在中国新疆哈密地区发生的某次次同步振荡事件中，从现场采集到哈山线的实时电流录波值，波形如图 10 所示，从实测电流波形可看出哈山线 A、B 和 C 三相电流均含大量的谐波，导致电流波形畸变严重。




a. A 相




b. B 相




c. C 相

图10 哈山线实测电流波形

Fig. 10 Current waveform of Hashan transmission lines

分别运用 4 项 5 阶 Nuttall 窗和基于 4 项 5 阶 Nuttall 窗的 4 阶 NSCW 对信号进行加权处理，并用四谱线插值 FFT 算法进行参数分析，得到图 11 所示的哈山线电流归一化频谱分析结果。图 11a ~ 图 11c 为运用本文算法对哈山线 A、B、C 三相电流频谱分析结果；图 11d ~ 图 11f 为采用 4 项 5 阶 Nuttall 窗和四谱线插值 FFT 算法对哈山线 A、B 和 C 三相电流频谱分析结果。由图 11 可看出，哈山线次/超同步谐波频率范围较

宽，在 10～90 Hz 之间，有 11.13、21.09、31.05、64.14、78.52 和 88.48 Hz 等多个频率段且动态漂移，存在次同步、超同步 2 种频带且高于 50 Hz 的超同步分量成分较大，主导频率为 31.05 和 78.52 Hz。通过对比 2 组分析结果不难发现，采用 4 项 5 阶 Nuttall 窗对信号进行加权处理发生较为严重的频谱泄露现象。如针对次同步谐波主导频率点 31.05 Hz 而言，前者算法较本文算法泄露量分别高达 8.911%；对于超同步谐波主导频率 78.52 Hz，泄漏量则高达 6.152%，而本文算法则可更好的克服频谱泄露。通过上述分析可得出，算法能够更精准、有效地实现次同步谐波分析功能。

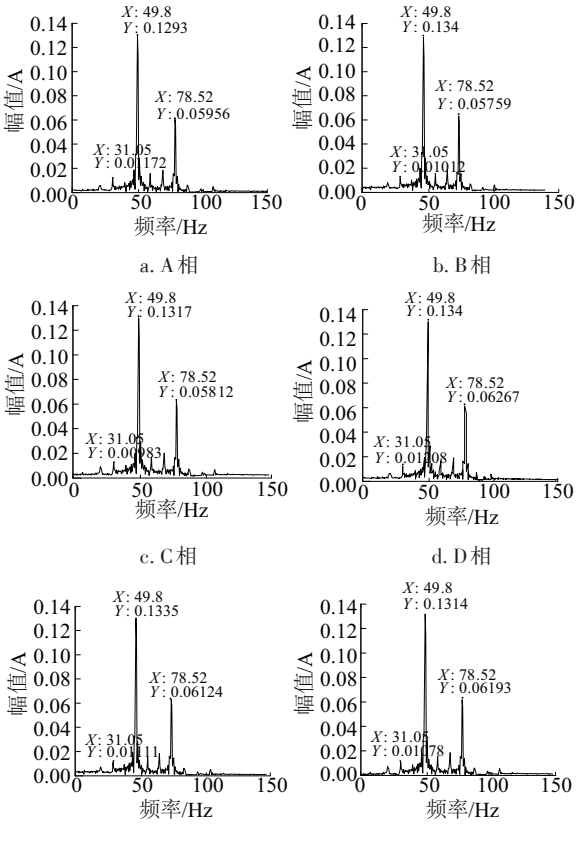



图 11　哈山线电流频谱分析

Fig. 11　Spectrum analysis of Hashan transmission lines

## 5　结　论

本文以 4 项 5 阶 Nuttall 窗作为母窗通过自卷积运算构建 $p$ 阶 Nuttall 自卷积窗函数，分析 Nuttall 自卷积窗的频域特性分析，Nuttall 自卷积窗的旁瓣峰值电平和旁瓣衰减速度均卷积阶数成正比。在非同步采样下，该窗函数比常用经典窗函数具有佳的频谱泄露抑制能力，并推导了 4 阶 Nuttall 自卷积窗的四谱线插值算法，利用 Matlab 的 polyfit 函数求出插值修正公式，实现信号谐波的高准确度分析。仿真实验证明本文算法能够满足预期功能，并比其他算法具有更高的检测精度。本文末，将所提算法应用于中国新疆哈密地区某次次同步振荡事件谐波分析中，输出结果再次验证该方法适用于新能源汇集地区次同步谐波的精确测量。

## ［参考文献］


［1］　谢小荣，王路平，贺静波，等. 电力系统次同步谐振/振荡的形态分析［J］. 电网技术，2017，41(4)：1043-1049.
XIE X R，WANG L P，HE J B，et al. Analysis of subsynchronous resonance/oscillation types in power systems［J］. Power system technology，2017，41(4)：1043-1049.

［2］　李景一，毕天姝，于钊，等. 直驱风机变流控制系统对次同步频率分量的响应机理研究［J］. 电网技术，2017，41(6)：1734-1740.
LI J Y，BI T S，YU Z，et al. Study on response characteristics of grid converter control system of permanent magnet synchronous generators（PMSG）to subsynchronous frequency component［J］. Power system technology，2017，41(6)：1734-1740.

［3］　刘超，蒋东翔，谢小荣，等. 次同步振荡引起的发电机组轴系疲劳损伤［J］. 电力系统自动化，2010，34(15)：19-22.
LIU C，JIANG D X，XIE X R，et al. Fatigue damage of turbine generate shafting caused by subsynchronous oscillations［J］. Automatic of electric systems，2010，34(15)：19-22.

［4］　谢小荣，王银，刘华坤，等. 电力系统次同步和超同步谐波相量的检测方法［J］. 电力系统自动化，2016，40(21)：189-194.
XIE X R，WANG Y，LIU H K，et al. Detection method for subsynchronous and super-synchronous harmonic phasors in power system［J］. Automatic of electric systems，2016，40(21)：189-194.

［5］　杨洪耕，惠锦，侯鹏. 电力系统谐波和间谐波检测方法综述［J］. 电力系统及其自动化学报，2010，22(2)：65-69.
YANG H G，HUI J，HOU P. Detection methods of harmonics and inter-harmonics in power system［J］. Proceedings of the CSU-EPSA，2010，22(2)：65-69.

［6］　熊杰锋，李群，袁晓冬，等. 电力系统谐波和间谐波检

测方法综述[J]. 电力系统自动化，2013，37(11)：125-133.
XIONG J F，LI Q，YUAN X D，et al. Detection methods of harmonics and inter-harmonics in power systems[J]. Automatic of electric systems，2013，37(11)：125-133.

[7] 赵黎丽. 基于相关Hanning窗插值的间谐波分析算法[J]. 电工技术学报，2008，23(11)：153-158.
ZHAO L L. Inter-Harmonics analysis based on correlation Hanning window and interpolation algorithm[J]. Transactions of China Electrotechnical Society，2008，23(11)：153-158.

[8] 孙鹏，杨永越. 基于相关Blackman窗的FFT介损角测量算法[J]. 电工电能新技术，2015，34(4)：43-48.
SUN P，YANG Y Y. FFT algorithm of dielectric loss angle measurement based on correlation Blackman window[J]. Advanced technology of electrical engineering and energy，2015，34(4)：43-48.

[9] 卿柏元，滕召胜，高云鹏，等. 基于Nuttall窗双谱线插值FFT的电力谐波分析方法[J]. 中国电机工程学报，2008，28(25)：153-158.
QING B Y，TENG Z S，GAO Y P，et al. An approach for electrical harmonic analysis based on nuttall window double-spectrum-line interpolation FFT[J]. Proceedings of the CSEE，2008，28(25)：153-158.

[10] 郝柱，顾伟，褚建新，等. 基于四谱线插值FFT的电网谐波检测方法[J]. 电力系统保护与控制，2014，42(19)：107-113.
HAO Z，GU W，CHU J X，et al. A power network harmonic detection method based on the four-spectrum-line interpolation FFT[J]. Power system protection and control，2014，42(19)：107-113.

[11] 曾博，滕召胜. 纳托尔自卷积窗加权电力谐波分析方法[J]. 电网技术，2011，35(8)：134-139.
ZENG B，TENG Z S. A Nuttall self-convolution window-based approach to weighted analysis on power system Harmonic[J]. Power system technology，2011，35(8)：134-139.

[12] 曾博，滕召胜. 纳托尔窗改进FFT动态谐波参数估计方法[J]. 中国电机工程学报，2010，30(1)：65-71.
ZENG B，TENG Z S. Improved FFT approach for the dynamic state estimation of harmonic parameters based on the nuttall window[J]. Proceedings of the CSEE，2010，30(1)：65-71.

[13] 孙仲民，何正友，臧天磊. 一种混合卷积窗及其在谐波分析中的应用[J]. 电工技术学报，2016，31(16)：207-214.
SUN Z M，HE Z Y，ZANG T L. A kind of hybrid convolution window and its application in Harmonic analysis[J]. Transactions of China Electrotechnical Society，2016，31(16)：207-214.

[14] 徐艳春，刘宇龙，李振华，等. 基于六项余弦窗四谱线插值FFT的高精度谐波检测算法[J]. 电力系统保护与控制，2016，44(22)：56-63.
XU Y C，LIU Y L，LI Z H，et al. An accurate approach for harmonic detection based on 6-term cosine window and quadruple-spectrum-line interpolation FFT[J]. Power system protection and control，2016，44(22)：56-63.

[15] 李得民，何怡刚. 基于Nuttall窗四谱线插值FFT的电力谐波分析[J]. 电力系统保护与控制，2016，44(3)：64-71.
LI D M，HE Y G. Harmonic analysis of power system based on Nuttall window four-spectrum-line interpolation FFT[J]. Power system protection and control，2016，44(3)：64-71.

[16] 温和，滕召胜，卿柏元. Hanning自卷积窗及其在谐波分析中的应用[J]. 电工技术学报，2009，24(2)：164-169.
WEN H，TENG Z S，QING B Y. Hanning self-convolution windows and its application to Harmonic analysis[J]. Transactions of China Electrotechnical Society，2009，24(2)：164-169.

# STUDY ON SUBSYNCHRONOUS HARMONIC DETECTION METHOD IN DENSE NEW ENERGY AREAS

Zhang Chao[1,2], Wang Weiqing[1], Wang Haiyun[1], Qiu Yanjiang[1,3]

(1. *Engineering Research Center for Renewable Energy Power Generation & Grid Technology Approved by Education Ministry for its Establishment under College of Electrical Engineering, Xinjiang University, Urumqi* 830047, *China*;
2. *Guangzhou Power Supply Bureau Co., Ltd., Guangzhou* 510620, *China*;
3. *Jiangmen Power Supply Company of Guangdong Power Grid, Jiangmen* 529030, *China*)

**Abstract**: Precisely detecting all parameters of harmonics in asynchronous sampling and non-integer period truncation can be a big challenge for Fast Fourier Transform, and the utilization of window functions and interpolation algorithm can improve the accuracy of FFT. Based on the analysis of the spectrum characteristics of Nuttall window, a Nuttall self-convolution window function is obtained by several 4 terms 5 order Nuttall window self-convolution operations, and the rectification formula of the quadruple-spectrum-line based on Nuttall self-convolution window is proposed. The simulation results indicated that the algorithm can detect the frequency eigenvalues of subsynchronous harmonics more precisely, and suppress the interference between the spectrum. Finally, the Nuttall self-convolution window and the four-spectral-line interpolation FFT algorithm are applied to the subsynchronous harmonic detection in Hami area of Xinjiang, and the effectiveness of the algorithm is verified.

**Keywords**: fast Fourier transform; harmonic analysis; Nuttall self-convolution window; four-spectral-line interpolation; subsynchronous harmonic