

数字控制并网逆变器建模与稳定性分析新方法

陈禹希¹, 庄圣贤¹, 代云中¹, 曾蕊², 周春华²

(1. 西南交通大学电气工程学院, 成都 611756; 2. 西南石油大学电气信息学院, 成都 610500)

摘 要: 在一个开关周期内将电网电压 u_{grid} 作为时变量建立数字控制 H6 结构不隔离并网逆变器(DNGI-H6)的离散模型。针对占空比和状态变量之间存在一个开关周期延时, 离散迭代模型中的状态变量不相互独立, 导致 Jacobian 矩阵计算复杂的问题, 引入新的状态变量, 避免复杂的高阶矩阵运算, 简化 Jacobian 矩阵的求解过程, 并推导 DNGI-H6 的稳定边界和振荡频率的数学表述。最后, 通过仿真和实验验证离散模型的正确性和稳定性分析新方法的可行性。

关键词: 数字控制; 延时; 稳定性分析; 时变系统; 离散建模; 振荡频率

中图分类号: O325/TK79 **文献标志码:** A

0 引 言

并网逆变器(GCI)作为太阳能光伏发电的重要组成部分, 与大电网直接相连。在实际工程应用中, GCI 常采用数字控制, 大规模分布式数字控制并网逆变器(DGCI)的不稳定可能会造成大电网的波动, 甚至导致系统在临界状态下突然崩溃^[1-3]。文献[4-6]在考虑数字控制延时的情况下, 利用分段积分法和频闪映射法对数字控制 H 桥逆变器进行离散建模和稳定性分析。但上述文献仅研究了数字控制 H 桥的离散建模和稳定性。文献[7]提出一种 H6 结构高效率不隔离并网逆变器(NGI-H6), 该电路结构在 H6 桥中点处嵌入 2 个高性能的二极管, 为逆变器提供续流通路, 且保持了输出三电平电压的特点, 实现了高效率^[8-9]。因此 NGI-H6 是适用于中、大功率光伏并网的电力系统的拓扑结构。

GCI 是典型的非线性系统, 小功率 GCI 的开关频率通常在 10 kHz 以上, 远大于电网频率(50 Hz), 因此在频闪映射建模积分时, 通常将一个开关周期内的电网电压 u_{grid} 作为常数进而简化建模运算, 研究表明这种简化对离散模型精度影响较小^[10-11]。中、大功率 GCI 中, 为了减少开关损耗, 逆变器开关频率通常只有几千甚至几百 Hz。若在一个开关周期内仍将 u_{grid} 作为常数进行积

分, 将会降低 DGCI 离散模型的精度, 进而对 DGCI 稳定性分析的准确性带来不良影响。文献[12-13]采用 Jacobian 矩阵法研究 DGCI 稳定性, 由于采样和保持过程引起的数字控制延迟, 占空比和状态变量之间存在一个开关周期的延迟, 使得离散迭代方程中的状态变量不相互独立。需引入高阶的特征根矩阵和特征向量矩阵, 带来了复杂的矩阵运算, 导致该方法难以在实际工程中采用。

本文通过引入新的状态变量, 获得状态变量彼此独立的离散迭代方程, 进而直接得到数字控制并网逆变器的 Jacobian 矩阵, 无需引入额外的高阶特征根矩阵和特征向量矩阵, 可较大幅度地降低分析 DGCI 稳定性的计算量。

1 数字控制 H6 结构不隔离并网逆变器及其电路特性

1.1 数字控制 H6 结构不隔离并网逆变器

图 1 为数字控制 H6 结构不隔离并网逆变器(DNGI-H6)系统(下文简称系统)原理图, 其中 u_{in} 为逆变器光伏直流输入电压, $S_1 \sim S_6$ 为开关管, D_1, D_2 为高性能二极管。 L_1, L_2 为负载电感, R_1, R_2 为负载电阻。 i 为电感电流, u_{grid} 为电网电压, 且

收稿日期: 2017-11-27

基金项目: 国家重点研发计划(2016YFF0203400)

通信作者: 庄圣贤(1964—), 男, 博士、教授、博士生导师, 主要从事逆变器及其控制方面的研究。sxzhuang@swjtu.edu.cn

$u_{\text{grid}}(t) = U_m \times \sin(2\pi f_1 t)$, U_m 为 u_{grid} 的幅值, f_1 为 u_{grid} 的频率。PLL 为锁相电路, θ 为 PLL 采集到的电网电压相位角。 i_{ref} 为 i 的参考信号, $u_{\text{ref}}(t) = I_m \times \sin(2\pi f_1 t)$, I_m 为 i_{ref} 的幅值。A/D 为模/数转换器。

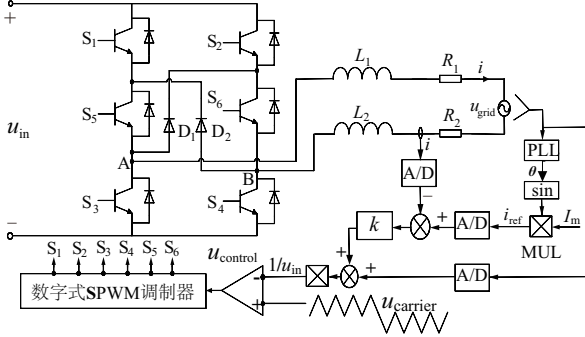


图1 DNGI-H6系统

Fig. 1 DNGI-H6 system

系统控制部分采用电流环控制策略向电网注入与电网同频同相电流。同时,为了克服电网电压对入网电流的干扰,采用电网电压前馈控制^[14-15]。首先经 PLL 电路获得电网电压相位角,并查询对应正弦表数据 $\sin \theta$, 再由 $\sin \theta$ 、 I_m 乘积获得 i_{ref} ; 接着采用 A/D 转换器分别将 i_{ref} 、 i 和 u_{grid} 转换为数字信号; 然后将 i_{ref} 和 i 的数字信号进行比较, 将比较的结果送入比例控制器后再与 u_{grid} 的数字信号相加, 经归一化后得到 u_{control} 。 k 为控制参数, 且由图 1 可知, 系统构成负反馈, 即 $k \geq 0$ 。 $1/u_{\text{in}}$ 为归一化系数。 u_{control} 为单极性正弦脉冲宽度调制 (SPWM) 的调制波, u_{carrier} 为单极性三角波载波, 其频率为 f_s , 则系统开关周期为 $T_s = 1/f_s$ 。

数字控制中采样过程造成系统的占空比和电感电流之间有一个开关周期的延时^[16-17]。由图 1 可得, 系统第 n 个开关周期的占空比 d_n 值为:

$$d_n = \begin{cases} \frac{1}{u_{\text{in}}} \times [k(i_{\text{ref}(n-1)} - i_{n-1}) + u_{\text{grid}(n-1)}], & i_{n-1} \geq 0 \\ \frac{1}{u_{\text{in}}} \times [k(i_{n-1} - i_{\text{ref}(n-1)}) + u_{\text{grid}(n-1)}], & i_{n-1} < 0 \end{cases} \quad (1)$$

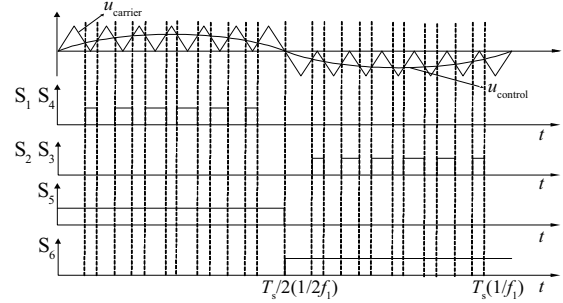
式中, i_{n-1} 、 $i_{\text{ref}(n-1)}$ 与 $u_{\text{grid}(n-1)}$ ——第 $n-1$ 时刻的 i 、 i_{ref} 和 u_{grid} 的数字采样值。

由于 d_n 具有饱和特性, 需对 d_n 限幅:

$$d_n = \begin{cases} 0, & d_n \leq 0 \\ d_n, & 0 < d_n < 1 \\ 1, & d_n \geq 1 \end{cases} \quad (2)$$

图 2 为 $S_1 \sim S_6$ 的驱动信号。 u_{control} 和 u_{carrier} 进行比较, 产生 SPWM 驱动信号; u_{control} 的正半周和 u_{carrier} 比较产生 S_1 和 S_4 的高频驱动信号; u_{control} 的负半周与 u_{carrier} 比

较产生 S_2 和 S_3 的高频驱动信号; 将 u_{control} 与零信号比较产生 S_5 和 S_6 的工频驱动信号。

图2 $S_1 \sim S_6$ 的驱动信号Fig. 2 Driver signals of $S_1 \sim S_6$

1.2 DNGI-H6 系统电路特性

为了分析 DNGI-H6 系统的稳定和不稳定现象, 根据图 1 所示 DNGI-H6 系统原理图搭建 Simulink 仿真电路, 仿真参数如表 1 所示, 为了抑制并网逆变器共模电压产生的泄漏电流^[18-20], 取负载电感 $L_1 = L_2 = L$, 负载电阻 $R_1 = R_2 = R$ 。下文将选择不同的 R 和 L 组合对系统进行仿真研究。

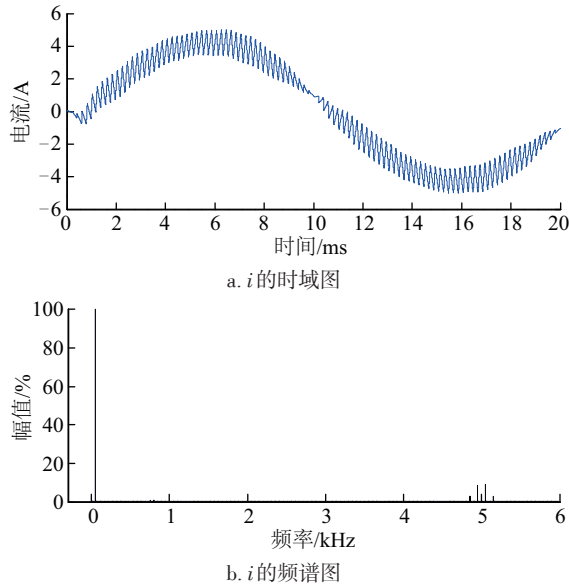
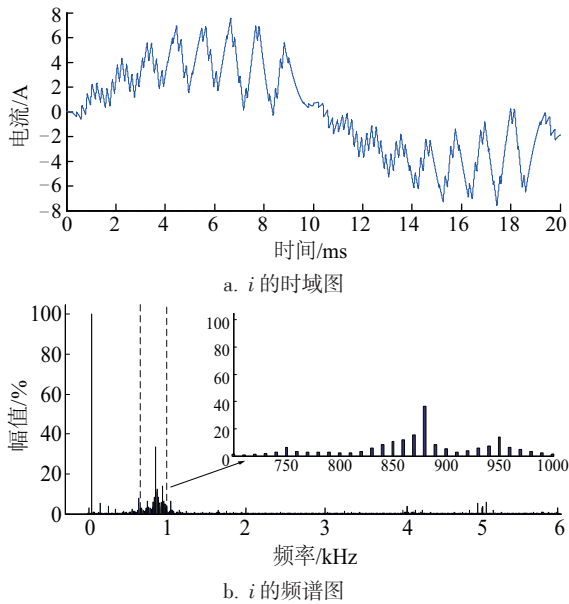
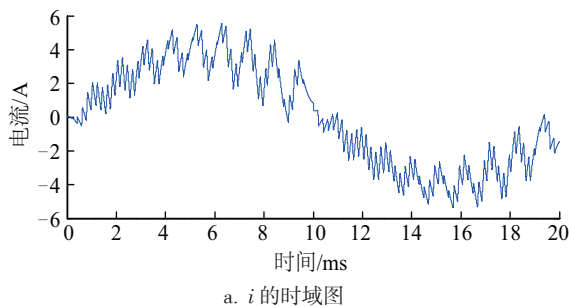
表1 实验参数

Table 1 Experimental parameters

实验参数	数值	实验参数	数值
u_{in}/V	350	f_s/kHz	5
f_1/Hz	50	I_{ref}/A	5
L/mH	5	U_m/V	220
R/Ω	3.0~7.5	—	—

当 $R=3\Omega$, $k=40$ 时, i 的时域图和频谱图如图 3 所示。由图 3a 可知, i 为正弦波, 其基波周期为 20 ms, 与 i_{ref} 一致; 由图 3b 可知, 除 50 Hz 的基波外, i 的频率主要为 5 kHz, 与系统开关频率 f_s 相同。因此, $R=3\Omega$, $k=40$ 时, 系统处于稳定的周期态。当 $R=3\Omega$, $k=60$ 时, i 的时域图和频谱图如图 4 所示。由图 4a 可知, i 的纹波周期不稳定; 由图 4b 可知, 系统出现了低频振荡不稳定现象, 振荡频率约为 884 Hz。当 $R=7.5\Omega$, $k=60$ 时, i 的时域图和频谱图如图 5 所示。由图 5a 可知, i 的纹波周期不稳定; 由图 5b 可知, 系统出现低频振荡不稳定现象, 振荡频率约为 948 Hz。

由以上电路仿真分析可得出: $R=3\Omega$, 取 $k=30$ 时, 系统能稳定工作; 取 $k=60$, 出现低频振荡不稳定现象, 系统不稳定; 当 $k=60$, 取 $R=3\Omega$ 时, 系统的振荡频率小于取 $R=7.5\Omega$ 时系统的振荡频率。

图3 $R=3\Omega$, $k=40$ 时, i 的时域图和频谱图Fig. 3 Time-domain waveform and frequency spectrogram of i when $R=3\Omega$, $k=40$ 图4 $R=3\Omega$, $k=60$ 时, i 的时域图和频谱图Fig. 4 Time-domain waveform and frequency spectrogram of i when $R=3\Omega$, $k=60$ 图5 $R=7.5\Omega$, $k=60$ 时, i 的时域图和频谱图Fig. 5 Time-domain waveform and frequency spectrogram of i when $R=7.5\Omega$, $k=60$

Jacobian 矩阵特征值法是对系统稳定与不稳定现象分析的有效方法,而要得到系统的 Jacobian 矩阵,则需建立系统的离散迭代映射。为确定系统的稳定工作范围及不稳定时系统的工作特性,下文对系统进行离散建模。

2 DNIGI-H6系统的离散建模

2.1 系统工作模式与离散建模

设 NGI-H6 两桥臂中点间的电压为 U_{AB} 。定义当 i 从 A 流向 B 时为正。根据 i 的方向和开关管的开关情况可将其分为 4 种工作模式。

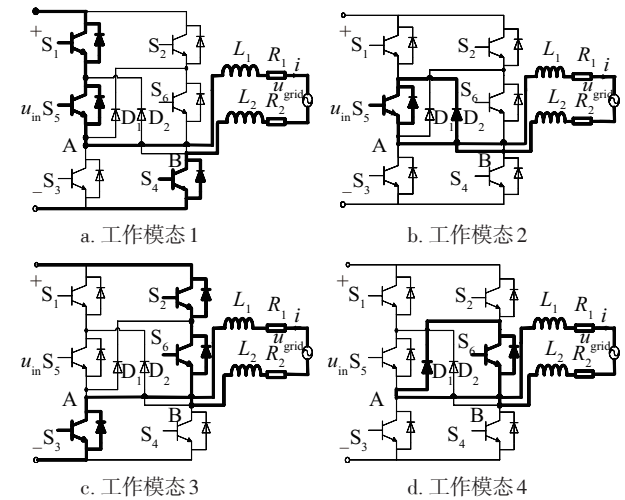


图6 DNIGI-H6各工作模式等效电路图

Fig. 6 Working mode equivalent circuit of DNIGI-H6

模式 1:如图 6a 所示,当 $i>0$, S_1 、 S_4 、 S_5 导通, S_2 、 S_3 、 S_6 关断时为模式 1。此时 i 经 S_1 、 S_5 、 L_1 、 R_1 、 u_{grid} 、 L_1 、 R_2 、 L_2 、 S_4 构成充电回路,则 U_{AB} 为:

$$U_{AB} = +u_{in} \quad (3)$$

根据基尔霍夫电压定律,工作模式 1 的状态方程为:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i - \frac{U_m \sin(\omega t)}{2L} + \frac{u_{in}}{2L} \quad (4)$$

模态 2: 如图 6b 所示, 当 $i > 0$, S_5 和 D_2 导通; S_1, S_2, S_3, S_4, S_6 关断时为工作模态 2。此时 i 经 $S_5, L_1, R_1, u_{grid}, R_2, L_2, D_2$ 构成电路续流通路。同理, U_{AB} 和模态 2 的状态方程可分别为:

$$U_{AB} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i - \frac{U_m \sin(\omega t)}{2L} \quad (6)$$

模态 3 和模态 4 如图 6c 和图 6d 所示, 分析类似。若令: $A = -R/L$, $B = -1/2L$, $C_0 = 1/2L$, $C_1 = 0$, 4 个工作模态可用 4 个微分方程表示, 如表 2 所示。

表 2 NGI-H6 系统的工作模态

Table 2 Operating modes of NGI-H6 system				
模态	导通开关	U_{AB}	状态方程	
1	S_1, S_4, S_5	$+u_{in}$	$\frac{di}{dt} = Ai + BU_m \sin(\omega t) + C_0 u_{in}$	
2	S_5, D_2	0	$\frac{di}{dt} = Ai + BU_m \sin(\omega t) + C_1 u_{in}$	
3	S_2, S_3, S_6	$-u_{in}$	$\frac{di}{dt} = Ai + BU_m \sin(\omega t) - C_0 u_{in}$	
4	S_6, D_1	0	$\frac{di}{dt} = Ai + BU_m \sin(\omega t) + C_1 u_{in}$	

本文采用频闪映射法对系统进行离散建模。取图 2 中 $i > 0$ 时, 任意选取连续 3 个开关周期内的 $u_{control}$, $u_{carrier}$ 及其相应的驱动信号如图 7a 所示。图 7b 为状态变量的迭代关系图, 其中, i_n, i_{n1}, i_{n2} 和 i_{n+1} 分别表示 i 在 t_0, t_1, t_2 和 t_3 时刻的采样值; t_{n1}, t_{n2}, t_{n3} 分别表示第 n 个开关周期的 $t_0 \sim t_1$ 段、 $t_1 \sim t_2$ 段、 $t_2 \sim t_3$ 段的工作时间。根据 SPWM 规则采样原理可知, $t_{n1} = d_n T_s / 2$, $t_{n2} = (1 - d_n) T_s$, $t_{n3} = d_n T_s / 2$ 。

如图 7 所示, $t_0 \sim t_1$ 段, $u_{control} > u_{carrier}$, 驱动信号为高电平, 系统运行在工作模态 1; 对其状态方程进行积分计算可得:

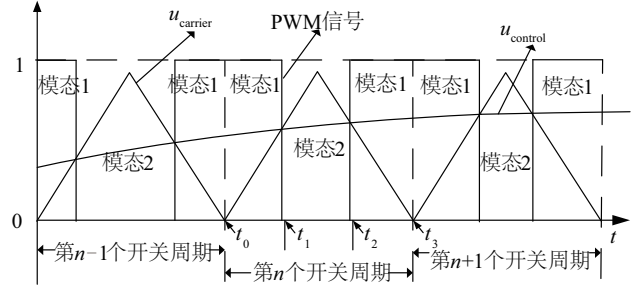
$$i_{n1} = e^{\frac{Ad_n T_s}{2}} i_n + \left(e^{\frac{Ad_n T_s}{2}} - 1 \right) A^{-1} C_0 E + (A^2 + \omega^2)^{-1} e^{\frac{Ad_n T_s}{2}} \left[A \sin(\omega n T_s) + \omega \cos(\omega n T_s) \right] B U_m - \quad (10)$$

$$(A^2 + \omega^2)^{-1} \left[A \sin \left(\omega n T_s + \omega \frac{d_n T_s}{2} \right) + \omega \cos \left(\omega n T_s + \omega \frac{d_n T_s}{2} \right) \right] B U_m$$

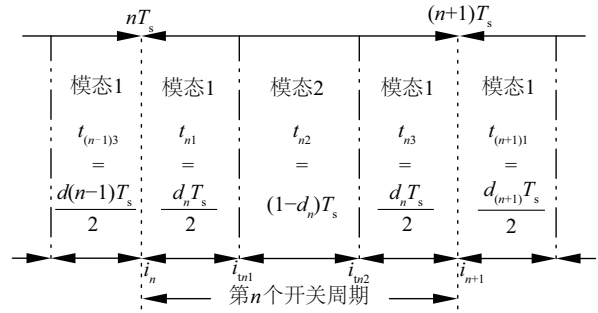
$$i_{n2} = e^{AT_s(1-d_n)} i_{n1} + \left[e^{AT_s(1-d_n)} - 1 \right] A^{-1} C_1 E + (A^2 + \omega^2)^{-1} e^{AT_s(1-d_n)} \left[A \sin \left(\omega n T_s + \omega \frac{d_n T_s}{2} \right) + \omega \cos \left(\omega n T_s + \omega \frac{d_n T_s}{2} \right) \right] B U_m - \quad (11)$$

$$(A^2 + \omega^2)^{-1} \left\{ A \sin \left[\omega n T_s + \omega \frac{T_s(2-d_n)}{2} \right] + \omega \cos \left[\omega n T_s + \omega \frac{T_s(2-d_n)}{2} \right] \right\} B U_m$$

$$i_{m1} = e^{At_{n1}} i_n + \int_{nT_s}^{nT_s+t_{n1}} e^{A(nT_s+t_{n1}-\xi)} [B U_m \sin(\omega \xi) + C_0 u_{in}] d\xi \quad (7)$$



a. 调制信号, 三角信号和脉冲驱动信号波形



b. 状态变量迭代关系图

图 7 调制信号, 三角信号, 脉冲驱动信号波形和状态变量迭代关系图

Fig. 7 Waveforms of modulation signal, triangular signal, pulse drive signal and state variables iteration relationship

$t_1 \sim t_2$ 段, $u_{control} < u_{carrier}$, 驱动信号为低电平, 系统运行在工作模态 2; 对其状态方程进行积分计算可得:

$$i_{n2} = e^{At_{n2}} i_{n1} + \int_{nT_s+t_{n1}}^{nT_s+t_{n1}+t_{n2}} e^{A(nT_s+t_{n1}+t_{n2}-\xi)} [B U_m \sin(\omega \xi) + C_1 u_{in}] d\xi \quad (8)$$

$t_2 \sim t_3$ 段, $u_{control} > u_{carrier}$, 驱动信号为高电平, 系统运行在工作模态 1; 对其状态方程进行积分计算可得:

$$i_{n+1} = e^{At_{n3}} i_{n2} + \int_{nT_s+t_{n1}+t_{n2}}^{nT_s+t_{n1}+t_{n2}+t_{n3}} e^{A(nT_s+t_{n1}+t_{n2}+t_{n3}-\xi)} [B U_m \sin(\omega \xi) + C_0 u_{in}] d\xi \quad (9)$$

将式(7)~式(9)展开计算后得式(10)~式(12)。

$$i_{n+1} = e^{\frac{Ad_s T_s}{2}} i_{n2} + \left(e^{\frac{Ad_s T_s}{2}} - 1 \right) A^{-1} C_2 E + (A^2 + \omega^2)^{-1} e^{\frac{Ad_s T_s}{2}} \left\{ A \sin \left[\omega n T_s + \omega \frac{T_s(2-d_n)}{2} \right] + \omega \cos \left[\omega n T_s + \omega \frac{T_s(2-d_n)}{2} \right] \right\} B U_m - (12)$$

$$(A^2 + \omega^2)^{-1} [A \sin(\omega n T_s + \omega T_s) + \omega \cos(\omega n T_s + \omega T_s)] B U_m$$

将 i_{m1} 代入 i_{n2} , 将 i_{n2} 代入 i_{n+1} , 即可得 $i > 0$ 时, i_{n+1} 与 i_n 的离散迭代关系为:

$$i_{n+1} = e^{AT_s} i_n + 2e^{\frac{AT_s}{2}} A^{-1} C_0 u_{in} \left\{ \sinh \left(\frac{AT_s}{2} \right) - \sinh \left[\frac{AT_s(1-d_n)}{2} \right] \right\} + (A^2 + \omega^2)^{-1} \left\{ e^{AT_s} \sin(\omega n T_s + \varphi) - \sin[\omega(n+1)T_s + \varphi] \right\} B U_m (13)$$

根据模态 3 和模态 4 的状态方程, 同理可得 $i < 0$ 时, 系统离散模型:

$$i_{n+1} = e^{AT_s} i_n - 2e^{\frac{AT_s}{2}} A^{-1} C_0 u_{in} \left\{ \sinh \left(\frac{AT_s}{2} \right) - \sinh \left[\frac{AT_s(1-d_n)}{2} \right] \right\} + (A^2 + \omega^2)^{-1} \left\{ e^{AT_s} \sin(\omega n T_s + \varphi) - \sin[\omega(n+1)T_s + \varphi] \right\} B U_m (14)$$

$$\varphi = \arccos \left(\frac{A}{\sqrt{A^2 + \omega^2}} \right) (15)$$

由上述分析可知, 在建模过程中 $U_m \times \sin(\omega t)$ 始终为时变量, 无需考虑 f 与 f_s 之间的关系, 是一种通用的建模方法。

2.2 考虑数字控制延时的 Jacobian 矩阵法

由于 DNGI-H6 占空比与状态变量之间存在一个开关周期的延时, 状态变量之间不相互独立, 难以直接得到系统的 Jacobian 矩阵。本文提出将延迟的电感电流 i_{n-1} 看作一个新的状态变量 i_n^o , $i_n^o = i_{n-1}$ 。同理可得 $i_{n+1}^o = i_n$, 则系统考虑数字控制延时的离散模型为:

$$\begin{cases} i_{n+1} = e^{AT_s} i_n + 2e^{\frac{AT_s}{2}} A^{-1} C_0 u_{in} \left\{ \sinh \left(\frac{AT_s}{2} \right) - \sinh \left[\frac{AT_s(1-d_n)}{2} \right] \right\} + \\ (A^2 + \omega^2)^{-1} \left\{ e^{AT_s} \sin(\omega n T_s + \varphi) - \sin[\omega(n+1)T_s + \varphi] \right\} B U_m \\ i_{n+1}^o = i_n \end{cases} (16)$$

同理, 当 $i < 0$ 时, 可得系统的离散模型:

$$\begin{cases} i_{n+1} = e^{AT_s} i_n - 2e^{\frac{AT_s}{2}} A^{-1} C_0 u_{in} \left\{ \sinh \left(\frac{AT_s}{2} \right) - \sinh \left[\frac{AT_s(1-d_n)}{2} \right] \right\} + \\ (A^2 + \omega^2)^{-1} \left\{ e^{AT_s} \sin(\omega n T_s + \varphi) - \sin[\omega(n+1)T_s + \varphi] \right\} B U_m \\ i_{n+1}^o = i_n \end{cases} (17)$$

$$\varphi = \arccos \left(\frac{A}{\sqrt{A^2 + \omega^2}} \right) (18)$$

将 $i_n^o = i_{n-1}$ 代入式(1), d_n 可重写为:

$$d_n = \begin{cases} \frac{1}{u_{in}} \times [k(i_{ref(n-1)} - i_n^o) + u_{grid(n-1)}], & i_n^o \geq 0 \\ \frac{1}{u_{in}} \times [k(i_n^o - i_{ref(n-1)}) + u_{grid(n-1)}], & i_n^o < 0 \end{cases} (19)$$

式(16)、式(17)和式(19)共同组成考虑数字控制延时的 DNGI-H6 系统离散模型。下文采用该模型对系统的稳定特性进行分析。

3 稳定特性分析

针对考虑数字控制延时的离散模型, 当 $i > 0$ 时, 采用 Jacobian 矩阵局部稳定性分析法对系统的稳定特性进行分析。

当 $i > 0$ 时, 由式(16)可得系统在第 N 个平衡点处的 Jacobian 矩阵为:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial i_{n+1}}{\partial i_n} + \frac{\partial i_{n+1}}{\partial d_n} \frac{\partial d_n}{\partial i_n} & \frac{\partial i_{n+1}}{\partial i_n^o} + \frac{\partial i_{n+1}}{\partial d_n} \frac{\partial d_n}{\partial i_n^o} \\ \frac{\partial i_n^o}{\partial i_n} & \frac{\partial i_n^o}{\partial i_n^o} \end{bmatrix} \bigg|_{\substack{d_n = d_N \\ i_n = i_N \\ i_n^o = i_N^o}} (20)$$

$$= \begin{bmatrix} e^{AT_s} & -k\eta \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \bigg|_{\substack{d_n = d_N \\ i_n = i_N \\ i_n^o = i_N^o}}$$

式(20)中, i_n^o 表示第 $N-1$ 个平衡点处的 i , 且:

$$\eta = \frac{u_{in} T_s \frac{1}{u_{in}} e^{\frac{AT_s}{2}} \cosh \left[\frac{(1-d_N)AT_s}{2} \right]}{2L} (21)$$

设 λ 为式(20)的特征根, 则式(20)的特征方程为:

$$\lambda^2 - e^{AT_s} \lambda + k\eta = 0 (22)$$

式(20)特征根可分别表示为:

$$\lambda_1 = \frac{e^{AT_s} + \sqrt{\Delta}}{2}, \quad \lambda_2 = \frac{e^{AT_s} - \sqrt{\Delta}}{2} (23)$$

式(23)中:

$$\lambda_1 = \frac{e^{AT_s} + \sqrt{\Delta}}{2}, \quad \lambda_2 = \frac{e^{AT_s} - \sqrt{\Delta}}{2} (24)$$

由式(23)可知, 特征根的值与 Δ 的正负有关, 以下将对 $\Delta > 0$ 和 $\Delta < 0$ 的 2 种情况分别进行讨论。

1) $\Delta > 0$ 时

由于:

$$A < 0, L > 0, T_s > 0, k > 0, \Delta > 0 (25)$$

首先, 由式(24)和式(25)可得:

$$0 < \Delta < e^{2AT_s} (26)$$

其次, 由式(25)和式(26)可得:

$$0 < \sqrt{\Delta} < \sqrt{e^{2AT_s}} = e^{AT_s} < 1 (27)$$

最后,由式(23)、式(25)和式(27)可得:

$$0 < \lambda_2 < \frac{e^{AT_s}}{2} < \lambda_1 < \frac{2e^{AT_s}}{2} = e^{AT_s} < 1 \quad (28)$$

即特征根 λ_1 和 λ_2 始终在单位圆内,系统稳定,不发生分岔行为。

2) $\Delta < 0$ 时

当 $\Delta < 0$ 时,特征根 λ_1 和 λ_2 为共轭复根,如果共轭复根在单位圆内,则系统稳定;如果共轭复根在单位圆外,则系统不稳定,将发生 Hopf 分岔不稳定现象^[12]。

若 λ_1 和 λ_2 在单位圆内则系统稳定,即满足条件:

$$|\lambda_1|^2 = \lambda_1 \lambda_1^* = \lambda_1 \lambda_2 = \frac{e^{2AT_s} - \Delta}{4} < 1 \quad (29)$$

将式(24)代入式(29)可得:

$$k < 2Lf_s e^{\frac{RT_s}{2L}} \operatorname{sech}\left[-\frac{(1-d_N)RT_s}{2L}\right] \quad (30)$$

同理可知,若 λ_1 和 λ_2 在单位圆外, k 的取值范围为:

$$k > 2Lf_s e^{\frac{RT_s}{2L}} \operatorname{sech}\left[-\frac{(1-d_N)RT_s}{2L}\right] \quad (31)$$

由式(30)和式(31)可知,在系统部分外参数 L 、 f_s 、 R 确定的情况下, k 的稳定与不稳定边界的极限值与 d_N 正相关。由式(19)可知, d_N 与 i_N^o , $i_{\text{ref}(N-1)}$, $u_{\text{grid}(N-1)}$ 有关,下文对 d_N 的取值进行分析。

结合式(16)与式(19),令 $i_{n+1} = i_n$, $i_{N+1}^o = i_N^o$ 可求出系统的平衡点 i_N 和 i_N^o ^[7]。其中 i_N^o 为:

$$i_N^o = \frac{2e^{\frac{AT_s}{2}} A^{-1} C_0 u_{\text{in}} \left\{ \sinh\left(\frac{AT_s}{2}\right) - \sinh\left[\frac{AT_s(1-d_N)}{2}\right] \right\} + \sigma}{1 - e^{AT_s}} \quad (32)$$

$$\sigma = (A^2 + \omega^2)^{-1} \left\{ e^{AT_s} \sin(\omega NT_s + \varphi) - \sin[\omega(N+1)T_s + \varphi] \right\} B U_m \quad (33)$$

将式(32)代入式(19)化简后可得 d_N 为:

$$d_N = \frac{\frac{ki_{\text{ref}(N-1)}}{u_{\text{in}}} + \frac{u_{\text{grid}(N-1)}}{u_{\text{in}}} - k \frac{4e^{\frac{AT_s}{2}} \left(-\frac{1}{R} \right) \left[\sinh\left(\frac{AT_s}{2}\right) - \frac{AT_s}{2} \right] + \frac{\sigma}{u_{\text{in}}}}{1 - e^{AT_s}}}{1 - \frac{2ke^{\frac{AT_s}{2}}}{R(1 - e^{AT_s})}} \quad (34)$$

由式(34)可知, d_N 与 $i_{\text{ref}(N-1)}$ 、 $u_{\text{grid}(N-1)}$ 的值正相关。

$$\begin{cases} i_{\text{ref}(N-1)} = I_m \sin[2\pi f_i(N-1)T_s] \\ u_{\text{grid}(N-1)} = U_m \sin[2\pi f_i(N-1)T_s] \end{cases} \quad (35)$$

由于占空比与电感电流之间存在一个开关周期的时间延迟,故由式(34)和式(35)可知:当 $N=1+N_{\text{eq}}/4$ 时, $i_{\text{ref}(N-1)} = 5 \text{ A}$, $u_{\text{grid}(N-1)} = 220 \text{ V}$,代入式(34)可求得 $d_{N\text{max}}$;当 $N=1+3N_{\text{eq}}/4$, $i_{\text{ref}(N-1)} = -5 \text{ A}$, $u_{\text{grid}(N-1)} = -220 \text{ V}$,代入式(34)可求得 $d_{N\text{min}}$ 。将表1中系统电路仿真实验参数代入式(34)可得:

$$d_{N\text{max}} = \frac{0.0140k + 0.6286}{1 + 0.6663k} \quad (36)$$

$$d_{N\text{min}} = -\frac{0.0148k + 0.6286}{1 + 0.6663k} \quad (37)$$

为了分别得到 $d_{N\text{max}}$ 和 $d_{N\text{min}}$ 的极大值和极小值,需 $d_{N\text{max}}$ 及 $d_{N\text{min}}$ 的单调性进行讨论,分别对式(35)和式(36)中关于 k 求偏导可分别得到式(38)和式(39):

$$\frac{\partial d_{N\text{max}}}{\partial k} = \frac{-0.4048}{(1 + 0.6663k)^2} \quad (38)$$

$$\frac{\partial d_{N\text{min}}}{\partial k} = \frac{0.4040}{(1 + 0.6663k)^2} \quad (39)$$

由式(38)和式(39)可知, $\frac{\partial d_{N\text{max}}}{\partial k} < 0$, $\frac{\partial d_{N\text{min}}}{\partial k} > 0$ 恒成立,即 $d_{N\text{max}}$ 是 k 的单调递减函数, $d_{N\text{min}}$ 是 k 的单调递增函数,故当式(36)和式(37)中的 k 均为零时可分别求得最大值和最小值:

$$d_{N\text{max}} = 0.6268 \quad (40)$$

$$d_{N\text{min}} = -0.6268 \quad (41)$$

结合“sech”函数的单调性和式(30)和式(31)可知,将式(40)代入式(30)即可得到系统的稳定范围: $0 \leq k < 52.8394$;将式(41)代入式(31)即可得到系统的不稳定范围 $k > 52.8396$ 。

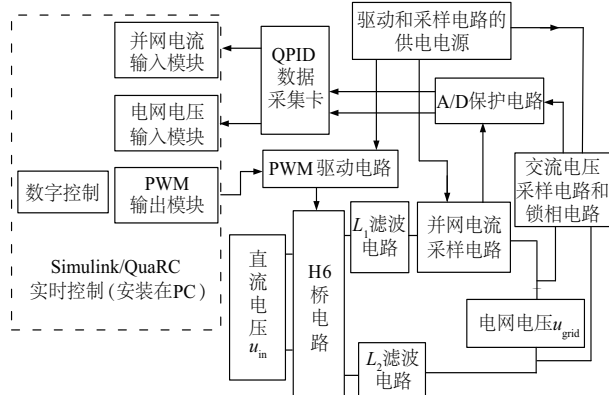
当系统不稳定时,将出现 Hopf 分岔,且出现低频振荡现象,假设系统发生低频振荡时 Jacobian 矩阵的特征值可表示为 $\lambda = a + bi$ 。由式(23)可推得系统振荡频率为^[12-13]:

$$f_{\text{os}} = \frac{\arctan\left|\frac{b}{a}\right|}{2\pi} f_s = \frac{\arccos\left|\frac{a}{1}\right|}{2\pi} f_s = \frac{\arccos\left(\frac{e^{-\frac{RT_s}{L}}}{2}\right)}{2\pi} f_s \quad (42)$$

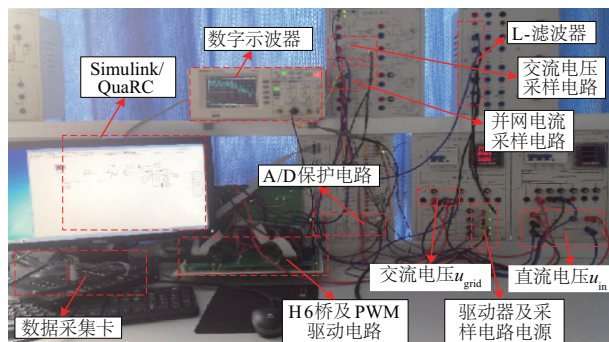
由式(41)分析可知, Hopf 分岔的振荡频率与电感 L 、电阻 R 和开关周期 f_s 有关。将 $R=3 \Omega$, $L=5 \text{ mH}$, $f_s=5 \text{ kHz}$ 代入式(42)可得系统振荡频率为 $f_{\text{os}}=884 \text{ Hz}$,与图4b频谱图所示频率一致;将 $R=7.5 \Omega$, $L=5 \text{ mH}$, $f_s=5 \text{ kHz}$ 代入式(42)可得系统振荡频率为 $f_{\text{os}}=948 \text{ Hz}$,与图5b频谱图所示频率一致;即频谱图与振荡频率的数学推导式一致,进而验证了理论的正确性。

4 实验验证

为了验证理论分析与 Simulink 电路仿真的正确性, 本文搭建基于 Simulink/QuaRC 的 DNGI-H6 系统实验样机。实验平台的体系结构如图 8a 所示, 实验平台的照片如图 8b 所示。实验系统包括 Simulink/QuaRC, QPID 数据采集卡, 直流电压 u_{in} , H6 桥主电路, L_1 和 L_2 滤波电路, PWM 驱动电路, 驱动与采样电路的供电电源, A/D 保护电路, 电感电流采样电路。数字控制算法代码在实时控制软件 Simulink/QuaRC 中运行, 由 QPID 提供的数据采集卡输出 6 路 PWM 信号至 PWM 驱动电路。



a. DNGI-H6 系统实验平台结构



b. 基于 Simulink/QuaRC 的系统照片

图 8 DNGI-H6 系统实验平台结构和
基于 Simulink/QuaRC 的系统照片

Fig. 8 Experimental platform of DNGI-H6 system and
photogram of experimental platform based on
Simulink/QuaRC

图 9 为 $R=3\ \Omega$, $k=40$ 时, i 的时域图和频谱图。从图 9 可知, i 的周期为 50 Hz 的正弦波, 与 i_{ref} 一致; 从 i 的频谱图分析可知, 除基波 50 Hz 外, i 的信号集中在 5 kHz, 与 f_s 相同。因此, 系统处于稳定的周期态。

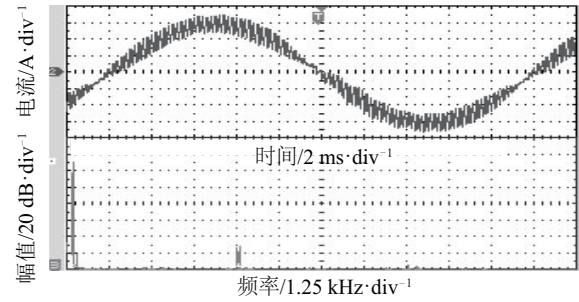


图 9 $R=3\ \Omega$ 和 $k=40$ 时 i 的时域图和频谱图

Fig. 9 Time-domain waveform and frequency spectrogram of
 i when $R=3\ \Omega$ and $k=40$

图 10 为 $R=3\ \Omega$, $k=60$ 时, i 的时域图和频谱图。从图 10 可知, 系统处于分岔不稳定状态, 且系统出现低频振荡现象, 振荡频率约为 884 Hz。

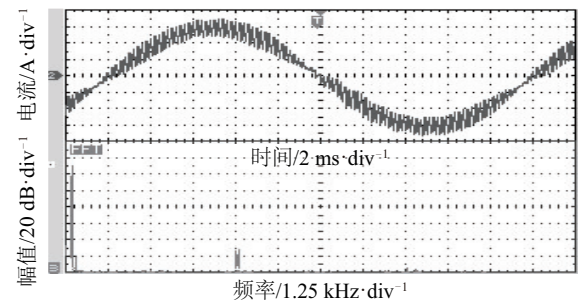


图 10 $R=3\ \Omega$ 和 $k=60$ 时 i 的时域图和频谱图

Fig. 10 Time-domain waveform and frequency spectrogram of
 i when $R=3\ \Omega$ and $k=60$

图 11 为 $R=7.5\ \Omega$, $k=60$ 时, i 的时域图和频谱图。从图 11 可知, 系统处于分岔不稳定状态, 且系统出现低频振荡现象, 振荡频率约为 948 Hz。

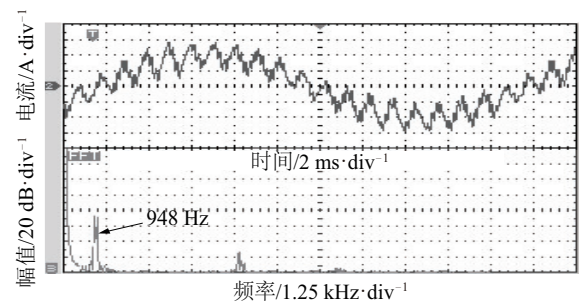


图 11 $R=7.5\ \Omega$ 和 $k=60$ 时 i 的时域和频谱图

Fig. 11 Time-domain waveform and frequency spectrogram of
 i when $R=7.5\ \Omega$ and $k=60$

对比分析图 3~图 5 的仿真波形及其频谱图与图 9~图 11 的实验波形及其频谱图可知, 两者基本一致; 分别将 $R=3\ \Omega$, $k=60$ 和 $R=7.5\ \Omega$, $k=60$ 这 2 种

情况下的实验数据代入式(42)可得,系统发生低频振荡时的频率与从仿真和实验的频谱图的频率一致。即仿真波形和实验结果验证了关于低频振荡现象及系统稳定性的理论分析的正确性。

5 结 论

通过对 DNGI-H6 系统的离散模型和动力学行为的研究,可得出如下主要结论:

1)在积分过程中将电网电压作为时变量,建立 DNGI-H6 系统的离散迭代建模法,无需考虑电网频率 f_i 与开关频率 f_s 之间的关系,因此是一种通用的并网逆变器建模法。

2)引入电感电流 i 在 $(n-1)T_s$ 时刻的采样值 i_n^* 作为新的状态变量,解决了因采用数字控制造成的占空比和状态变量之间的延时带来的建模和稳定性分析困难的问题。

3)通过对系统离散模型的稳定性进行分析可确定系统控制参数的稳定工作范围,可为数字控制并网逆变器控制参数的设计提供参考依据。

4)对系统不稳定现象的研究表明,系统存在低频振荡现象,其振荡频率可通过离散模型准确确定,可为数字控制并网逆变器滤波电路的设计提供参考依据。

[参考文献]

- [1] 高锋阳, 杜强, 乔垚, 等. 功率前馈的三相光伏并网逆变器模型预测控制[J]. 太阳能学报, 2017, 38(9): 2368-2376.
GAO F Y, DU Q, QIAO Y, et al. Model predictive control for three-phase grid-connected inverters based on power feed-forward control[J]. Acta energiae solaris sinica, 2017, 38(9): 2368-2376.
- [2] MUKHERJEE S, CHOWDHURY VR, SHAMSI P, et al. Model reference adaptive control based estimation of equivalent resistance and reactance in grid-connected inverters[J]. IEEE transactions on energy conversion, 2017, 99: 1.
- [3] ZHANG Y, XU D, YAN C, et al. Hybrid PWM scheme for the grid inverter[J]. IEEE journal of emerging and selected topics in power electronics, 2015, 3(4): 1151-1159.
- [4] 雷博, 肖国春, 吴旋律. 一种数字控制单相全桥逆变电路运动行为分析方法研究[J]. 物理学报, 2012, 61(9): 23-33.
- LEI B, XIAO G C, WU X L. Analysis of dynamic behavior in the digitally controlled single-phase full-bridge inverter[J]. Acta physica sinica, 2012, 61(9): 23-33.
- [5] 姚玮, 吕征宇. 滞后一拍输出方式下逆变器的最少拍控制[J]. 电力自动化设备, 2014, 34(7): 9-14.
YAO W, LYU Z Y. Inverter deadbeat control with output pattern of one beat delay[J]. Electric power automation equipment, 2014, 34(7): 9-14.
- [6] ROBERT B G M, FEKI M, IU H H C. Control of a PWM inverter using proportional plus extended time-delayed feedback[J]. International journal of bifurcation and chaos, 2006, 16(1): 113-128.
- [7] ISLAM M, MEKHILEF S. H6-type transformerless single-phase inverter for grid-tied photovoltaic system[J]. IET power electronics, 2015, 8(4): 636-644.
- [8] 刘斌, 栗梅, 林小峰, 等. 非隔离型 H6 桥单相光伏逆变器无功补偿调制及并网电流波形改善控制[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(4): 1050-1060.
LIU B, SU M, LIN X F, et al. Reactive power compensation modulation and wave-form-improving control strategy for non-isolated H6-type single-phase photovoltaic grid-connected inverter[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(4): 1050-1060.
- [9] 孟建辉, 石新春, 付超, 等. 基于 PR 控制的光伏并网电流优化控制[J]. 电力自动化设备, 2014, 34(2): 42-47.
MENG J H, SHI X C, FU C, et al. Optimal control of photovoltaic grid-connected current based on PR control[J]. Electric power automation equipment, 2014, 34(2): 42-47.
- [10] 代云中, 任海军, 林春旭, 等. 滑模变结构控制 H6 结构逆变器的非线性行为和稳定域[J]. 高电压技术, 2017, 43(4): 1152-1159.
DAI Y Z, REN H J, LIN C X, et al. Non-linear behavior and stability domain in sliding mode controlled inverter with H6-type[J]. High voltage engineering, 2017, 43(4): 1152-1159.
- [11] 杨亮, 苏剑, 刘海涛, 等. 单相并网逆变器的直流分量抑制策略[J]. 电力自动化设备, 2015, 35(4): 145-150.
YANG LG, SU J, LIU H T, et al. DC component suppression strategy for single-phase grid-connected inverter[J]. Electric power automation equipment,

- 2015, 35(4): 145-150.
- [12] 周林, 龙崑平, 张密, 等. 带 LCL 滤波器的单相并网逆变器低频振荡现象分析[J]. 电力自动化设备, 2014, 34(1): 67-71, 79.
- ZHOU L, LONG Y P, ZHANG M, et al. Analysis of low frequency oscillation in single-phase grid-connected inverter with LCL filter[J]. Electric power automation equipment, 2014, 34(1): 67-71, 79.
- [13] 吴旋律, 肖国春, 雷博. 数字控制单相全桥电压型逆变电路的改进离散迭代模型[J]. 物理学报, 2013, 62(5): 57-66.
- WU X L, XIAO G C, LEI B. Improved discrete-time model for a digital controlled single-phase full-bridge voltage inverter[J]. Acta physica sinica, 2013, 62(5): 57-66.
- [14] 刘斌, 林小峰, 张思敏, 等. 单相光伏并网逆变器网压滑模预测前馈控制[J]. 太阳能学报, 2017, 38(9): 2385-2393.
- LIU B, LIN X F, ZHANG S M, et al. Grid voltage sliding mode predictive feed-forward control for single-phase photovoltaic grid-connected inverter[J]. Acta energiae solaris sinica, 2017, 38(9): 2385-2393.
- [15] KIM H S, SUS K L. Compensation voltage control in dynamic voltage restorers by use of feed forward and state feedback scheme[J]. IEEE transactions on power electronics, 2005, 20(5): 1169-1177.
- [16] 邹常跃, 刘邦银, 段善旭, 等. 并网逆变器中数字控制延时对系统稳定性的影响及其优化设计[J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(2): 411-417.
- ZOU C Y, LIU B Y, DUAN S X, et al. Influence of delay on system stability and its optimization in grid-connected inverters[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(2): 411-417.
- [17] 盘宏斌, 欧思程, 刘林海, 等. LCL 型并网逆变器数字单环控制延时影响与稳定域分析设计[J]. 电力系统自动化, 2016, 40(6): 85-90.
- PAN H B, OU S C, LIU L H, et al. Influence of delay and stable domain analysis and design based on digital single-loop control of grid-connected inverter with LCL-filter[J]. Automation of electric power systems, 2016, 40(6): 85-90.
- [18] 王建华, 嵇保健, 赵剑锋. 单相非隔离光伏并网逆变器拓扑研究[J]. 太阳能学报, 2014, 35(5): 737-743.
- WANG J H, JI B J, ZHAO J F. Research on non-isolated single-phase grid-connected photovoltaic inverter topologies[J]. Acta energiae solaris sinica, 2014, 35(5): 737-743.
- [19] 郭小强, 李建, 魏宝泽, 等. 无变压器非隔离型三电平光伏逆变器载波调制对系统漏电流影响分析[J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(16): 4167-4174.
- GUO X Q, LI J, WEI B Z, et al. Analysis of carrier-based modulation for leakage currents in transformerless three-level photovoltaic inverters[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(16): 4167-4174.
- [20] 郭小强, 贺冉, 营佳敏, 等. 非隔离型三相四桥臂光伏逆变器漏电流抑制研究[J]. 电工技术学报, 2016, 31(19): 66-73.
- GUO X Q, HE R, JAN J M, et al. Leakage current reduction for three-phase four-leg photovoltaic inverter[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(19): 66-73.

A NOVEL METHOD FOR ACCURATE MODELING AND STABILITY ANALYSIS OF DIGITAL CONTROLLED GRID-CONNECTED INVERTERS

Chen Yuxi¹, Zhuang Shengxian¹, Dai Yunzhong¹, Zeng Rui², Zhou Chunhua²

(1. School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China;

2. School of Electrical Engineering, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China)

Abstract: The exact-discrete model of digital-controlled non-isolated grid-connected inverter with H6-type (DNIG-H6) is firstly established by taking grid voltage u_{grid} as a time variable in a switching cycle. Due to one switching cycle delay between the duty cycle and the state variables of the DNIG-H6 system, the state variables of the discrete iterative equation are not independent of each other, which makes it hard to get the Jacobian matrix directly. By introducing a new state variable, the new method can avoid the complex calculation of high-order matrix, which simplifies the calculation process of Jacobian matrix. And the stability boundary and oscillation frequency are described. Finally, the accuracy of the discrete model and the feasibility of the new stability analysis method are demonstrated by the simulation and experimental results.

Keywords: digital control; time delay; stability analysis; time varying systems; discrete modeling; oscillation