

文章编号: 0254-0096(2020)05-0070-07

# 水平轴风力机叶片弯弯耦合气弹响应分析

陈 刚, 陈 进, 庞晓平

(重庆大学机械传动国家重点实验室, 重庆 400044)

**摘 要:** 为分析风力机叶片的振动行为, 采用 Hermite 梁单元对叶片进行离散。将叶片的振动行为嵌入到气动力的计算中, 建立气动弹性耦合的分析模型。将叶片的气动阻尼系数运用到虚功原理推导其气动阻尼矩阵, 再与结构阻尼矩阵叠加生成总阻尼矩阵。根据叶片的几何和结构特征, 深入分析叶片弯弯耦合产生的原因。得到弹性耦合项和阻尼耦合项, 然后建立弯弯耦合动力学方程, 采用常加速度假设法求解方程。以 NREL 5 MW 风力机为例, 对其在额定风况下的剪切流进行仿真。结果表明, 考虑弯弯耦合计算的叶片振动位移和速率比不考虑弯弯耦合时更大; 叶片振动速率相比诱导速度(叶素动量理论)不能被忽略。

**关键词:** 风力机叶片; 气弹响应; 气动阻尼; 弯弯耦合; 水平轴

**中图分类号:** TK83

**文献标志码:** A

## 0 引 言

水平轴风力机叶片可视作细长悬臂梁, 风力机的大型化发展使得叶片更加柔软、更易发生振动和变形。叶片的振动和变形不但让叶片应力增加、影响结构强度, 而且会影响叶片自身的气动性能, 从而改变叶片气动载荷, 变化的气动载荷反作用到叶片结构, 影响叶片振动形态, 气动载荷与结构振动的交互影响形成复杂的气弹耦合。小型风力机设计通常基于稳态计算而不必考虑振动行为<sup>[1]</sup>, 随着风力机的大型化, 若要更加准确地模拟柔性叶片以更好地揭示系统动态行为, 研究叶片的振动行为显得越来越重要<sup>[2]</sup>。目前关于叶片的振动研究主要侧重于弯扭耦合振动<sup>[3-8]</sup>, 这是由于弯扭耦合振动会引起颤振问题。但迄今为止鲜有报道称风力机叶片的破坏是由于颤振引起的。根据 Hayat 等<sup>[7]</sup>的研究, 颤振的临界转速达到风轮额定转速的 2~4 倍, 因此正常运行情况下的叶片一般不会出现颤振问题。然而, 由于不规则的几何外形以及较大的气动扭角使得叶片在挥舞和摆振方向的振动互相影响。通常, 叶片挥舞方向的载荷大、刚度小; 摆振方向的载荷小、刚度大。较大的挥舞载荷会影响叶片摆振方向的位移; 较小的摆振载荷会影响叶片刚度较小的挥舞方向的位移。因此有必要研究叶片挥舞摆振的耦合振动问题, 但这方面的相关研究

较少。Ormiston<sup>[9]</sup>研究了单独的挥舞和摆振响应问题。卞于中等<sup>[10]</sup>采用实验的方法分析了挥舞摆振耦合振动。Kaza 等<sup>[11]</sup>分析了挥舞-摆振耦合振动的稳定性问题。

风力机叶片振动不但受结构阻尼的影响, 还受气动阻尼的影响。国内外学者对风力机叶片气动阻尼的研究, 如文献[12-14]指出挥舞(风轮平面外)方向的气动阻尼通常为正值, 会抑制振动; 而摆振(风轮平面内)方向的气动阻尼时正时负, 当负气动阻尼为振动提供的能量大于结构阻尼可吸收的能量时会形成一个潜在自激系统, 可能导致振动发散并造成对叶片的破坏。因此, 对风力机叶片进行振动分析时应充分考虑气动阻尼因素。目前, 计算气动阻尼的方法主要是结合气动阻尼系数和叶片模态求得气动阻尼比, 将气动阻尼比与结构阻尼比叠加后代入 Rayleigh 阻尼模型计算总阻尼矩阵。但因 Rayleigh 阻尼模型为假设模型, 所以存在一定误差。

本文将气动阻尼系数运用到虚功原理中, 直接生成气动阻尼矩阵, 然后再 Rayleigh 阻尼模型求得的结构阻尼矩阵叠加生成总阻尼矩阵, 可避免 Rayleigh 阻尼模型对气动阻尼矩阵造成的误差。结合气动力的计算与叶片结构响应来建立气弹耦合模型, 在计算结构响应时考虑气动阻尼以及挥舞和摆振 2 个方向上的耦合振动。引入算例, 对比分析耦合振动对叶片振动行为的影响。

收稿日期: 2017-09-19

基金项目: 国家高技术研究发展(863)计划(2012AA051301); 国家自然科学基金(51175526)

通信作者: 陈 进(1956—), 男, 博士、教授、博士生导师, 主要从事可再生能源装备设计理论及方法方面的研究。

chenjin413@cqu.edu.cn

## 1 叶片气弹耦合

振动使叶片本身产生一个附加速度,该附加速度会改变翼型的相对风速大小和方向,从而改变叶片表面的气动力,变化的气动力反馈到叶片的振动中,形成气弹耦合。图 1 为翼型速度示意图。

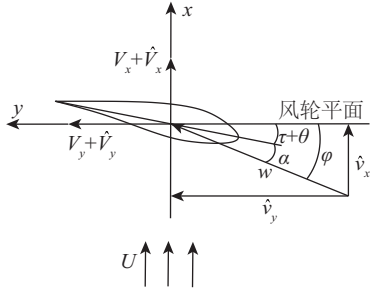


图 1 翼型速度示意图

Fig. 1 Schematic of section velocities

如图 1 所示,翼型的相对风速可确定为:

$$\hat{v} = U - (V + \hat{V}) + u \quad (1)$$

$$w = (\hat{v}_x^2 + \hat{v}_y^2)^{1/2} \quad (2)$$

$$\varphi = \tan^{-1}(\hat{v}_x / \hat{v}_y) \quad (3)$$

式中,  $\hat{v}$  ——相对风速;  $U$  ——来流风速;  $V$  ——风轮旋转产生的速度;  $\hat{V}$  ——振动产生的附加速度;  $u$  ——诱导速度(叶素动量理论);  $w$  ——相对风速大小;  $\varphi$  ——入流角。

记  $v = U - V + u$ , 则:

$$\hat{v} = v - \hat{V} \quad (4)$$

式中,  $v$  ——不考虑振动时的相对风速。

根据叶素理论可计算叶片气动力(矩):

$$\begin{cases} f_x = \frac{1}{2} \rho C w [C_L (v_y - \hat{V}_y) + C_D (v_x - \hat{V}_x)] \\ f_y = \frac{1}{2} \rho C w [C_D (v_y - \hat{V}_y) - C_L (v_x - \hat{V}_x)] \\ m_z = \frac{1}{2} \rho C^2 w^2 C_M \end{cases} \quad (5)$$

式中,  $f_x$ 、 $f_y$  ——  $x$ 、 $y$  方向的气动力;  $m_z$  ——气动力矩;  $\rho$  ——空气密度;  $C$  ——弦长;  $C_L$  ——升力系数;  $C_D$  ——阻力系数;  $C_M$  ——力矩系数。

$C_L$ 、 $C_D$ 、 $C_M$  均为攻角  $\alpha$  的函数,为考虑扭转变形的影响。取  $\alpha = \varphi - (\tau + \theta)$ , 其中  $\tau$  为叶片初始扭角,  $\theta$  为扭转位移。由于本文的气弹模型基于小变形假设,因此计算气动载荷时忽略弯曲变形的影响。

## 2 叶片动力学模型

### 2.1 叶片离散

由于叶片具有很大的展弦比,可将叶片视作悬臂

梁。采用 2 节点梁单元对叶片进行有限元离散,并采用 Hermite 形函数表征单元内部变形。叶片离散简图如图 2 所示,图中  $r_{\text{hub}}$  为轮毂半径,  $\Omega$  为风轮转速,  $L_{i, i+1}$  为梁单元长度,其中  $i$  代表第  $i$  个节点。

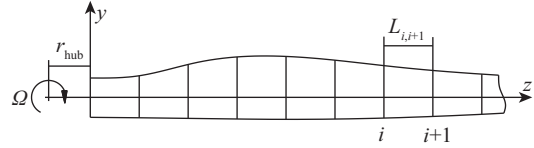


图 2 叶片离散示意图

Fig. 2 Schematic of blade discrete

Hermite 形函数通过梁单元 2 个节点的位移和转角表征单元内部形状, Hermite 形函数可表示为:

$$y(\bar{z}, t) = \psi_1 y_i + \psi_2 y'_i + \psi_3 y_{i+1} + \psi_4 y'_{i+1} \quad (6)$$

$\psi_1 \sim \psi_4$  为 Hermite 多项式:

$$\begin{cases} \psi_1 = 1 - 3e^2 + 2e^3 \\ \psi_2 = \bar{z}(1 - e)^2 \\ \psi_3 = 3e^2 - 2e^3 \\ \psi_4 = \bar{z}e(e - 1) \end{cases} \quad (7)$$

式中,  $y_i$  ——  $i$  节点位移;  $y'_i$  ——  $i$  节点转角;  $e$  ——梁单元相对坐标,  $e = \bar{z}/L_{i, i+1}$ ;  $\bar{z}$  ——梁单元坐标。

将 Hermite 形函数运用到虚功原理得到相应的单元矩阵。记  $\Psi = [\psi_1 \ \psi_2 \ \psi_3 \ \psi_4]$ , 单元质量矩阵、静矩矩阵、转动惯量矩阵可分别表示为:

$$\begin{cases} m = \int_0^L \bar{m}(\bar{z}) \Psi^T \Psi d\bar{z} \\ S = \int_0^L \bar{S}(\bar{z}) \Psi^T \Psi d\bar{z} \\ J = \int_0^L \bar{J}(\bar{z}) \Psi^T \Psi d\bar{z} \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \bar{m}(\bar{z}) = (1 - e) \bar{m}_i + e \bar{m}_{i+1} \\ \bar{S}(\bar{z}) = (1 - e) \bar{S}_i + e \bar{S}_{i+1} \\ \bar{J}(\bar{z}) = (1 - e) \bar{J}_i + e \bar{J}_{i+1} \end{cases} \quad (9)$$

式中,  $\bar{m}_i$  ——  $i$  节点线质量;  $\bar{S}_i$  ——  $i$  节点线静矩;  $\bar{J}_i$  ——  $i$  节点线转动惯量。

同理,单元弯曲刚度矩阵和扭转刚度可表示为:

$$\begin{cases} k_b = \int_0^L EI(\bar{z}) \Psi''^T \Psi'' d\bar{z} \\ k_t = \int_0^L GJ(\bar{z}) \Psi'^T \Psi' d\bar{z} \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} EI(\bar{z}) = (1 - e) EI_i + e EI_{i+1} \\ GJ(\bar{z}) = (1 - e) GJ_i + e GJ_{i+1} \end{cases} \quad (11)$$

式中,  $EI_i$  ——  $i$  节点弯曲刚度;  $GJ_i$  ——  $i$  节点扭转刚度;  $\Psi''$  —— Hermite 多项式 2 阶微分;  $\Psi'$  —— Hermite 多项式 1 阶微分。

由于风轮旋转的离心力以及旋转过程中重力沿叶片展向的分力导致叶片产生离心刚化。离心刚化可用

几何刚度来度量,单元的几何刚度可表示为:

$$\mathbf{k}_G = \int_0^L N(\bar{z}) \mathbf{\Psi}'^T \mathbf{\Psi}' d\bar{z} \quad (12)$$

$$N(\bar{z}) = (1-e)N_i + eN_{i+1} \quad (13)$$

式中,  $N_i$  ——  $i$  节点展向力。

将节点分布载荷运用到虚功原理可得到载荷列阵:

$$\begin{cases} \mathbf{p} = \int_0^L f(\bar{z}) \mathbf{\Psi}'^T d\bar{z} \\ \mathbf{T} = \int_0^L T(\bar{z}) \mathbf{\Psi}'^T d\bar{z} \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} f(\bar{z}) = (1-e)f_i + ef_{i+1} \\ T(\bar{z}) = (1-e)T_i + eT_{i+1} \end{cases} \quad (15)$$

式中,  $f_i$  ——  $i$  节点分布力(矩);  $T_i$  ——  $i$  节点分布扭矩。

节点载荷包括气动力(力矩)、重力(力矩)、离心力(力矩)、科氏力(力矩),其中气动力作用在气动中心,其他3种力(本文称质量力)作用在质心。由于本文主要考虑气弹耦合,质量力的计算可参考相关文献[15]。

## 2.2 阻尼计算

风力机叶片阻尼  $c$  包括结构阻尼  $c_{\text{stru}}$  和气动阻尼  $c_{\text{aero}}$  这2部分:

$$c = c_{\text{stru}} + c_{\text{aero}} \quad (16)$$

### 2.2.1 结构阻尼

本文采用 Rayleigh 阻尼模型计算叶片结构阻尼,即假设单元阻尼矩阵为质量矩阵和刚度矩阵的线性组合,可表示为:

$$\begin{cases} c_{\text{stru}} = a_1 \mathbf{m} + a_2 \mathbf{k}_b \\ c_{\text{stru}} = a_1 \mathbf{J} + a_2 \mathbf{k}_i \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \omega_1^{-1} & \omega_1 \\ \omega_2^{-1} & \omega_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中,  $a_1$ 、 $a_2$  —— 线性组合系数;  $\omega_1$ 、 $\omega_2$  —— 叶片第1阶、第2阶(弯曲、扭转)固有频率;  $\xi_1$ 、 $\xi_2$  —— 叶片第1阶、第2阶结构阻尼比。

### 2.2.2 气动阻尼

气动阻尼是由于叶片的振动,周围空气对叶片产生的阻尼作用。气动阻尼力的大小与叶片振动速率成正比,与叶片振动方向相反。可从气动力中分离出与振动速率相关的项来计算阻尼成分,对气动力泰勒展开,可得式(19):

$$d\mathbf{f}_{\text{damp}} = \frac{\partial \mathbf{f}_{\text{aero}}}{\partial \hat{\mathbf{V}}} (-d\hat{\mathbf{V}}) \quad (19)$$

若叶片不振动,即无气动阻尼,则可得式(20):

$$\mathbf{f}_{\text{damp}} = -\frac{\partial \mathbf{f}_{\text{aero}}}{\partial \hat{\mathbf{V}}} \hat{\mathbf{V}} \quad (20)$$

式中,  $-\frac{\partial \mathbf{f}_{\text{aero}}}{\partial \hat{\mathbf{V}}}$  —— 气动阻尼系数;  $\mathbf{f}_{\text{aero}}$  —— 气动力;

$\hat{\mathbf{V}}$  —— 叶片振动速率。

根据叶素理论(式(5))求得的气动力,则气动阻尼系数矩阵可表示为:

$$-\frac{\partial \mathbf{f}_{\text{aero}}}{\partial \hat{\mathbf{V}}} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial f_x}{\partial \hat{V}_x} & -\frac{\partial f_x}{\partial \hat{V}_y} \\ -\frac{\partial f_y}{\partial \hat{V}_x} & -\frac{\partial f_y}{\partial \hat{V}_y} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\begin{cases} -\frac{\partial f_x}{\partial \hat{V}_x} = \frac{\rho C \hat{v}_x \hat{v}_y}{2w} \left[ C_L + \frac{\hat{v}_y}{\hat{v}_x} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} + \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} + \frac{w^2 + \hat{v}_x^2}{\hat{v}_x \hat{v}_y} C_D \right] \\ -\frac{\partial f_x}{\partial \hat{V}_y} = \frac{\rho C \hat{v}_x \hat{v}_y}{2w} \left[ C_D - \frac{\hat{v}_x}{\hat{v}_y} \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} - \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} + \frac{w^2 + \hat{v}_y^2}{\hat{v}_x \hat{v}_y} C_L \right] \\ -\frac{\partial f_y}{\partial \hat{V}_x} = \frac{\rho C \hat{v}_x \hat{v}_y}{2w} \left[ C_D + \frac{\hat{v}_y}{\hat{v}_x} \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} + \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} - \frac{w^2 + \hat{v}_x^2}{\hat{v}_x \hat{v}_y} C_L \right] \\ -\frac{\partial f_y}{\partial \hat{V}_y} = \frac{\rho C \hat{v}_x \hat{v}_y}{2w} \left[ \frac{\hat{v}_x}{\hat{v}_y} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} - C_L - \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} + \frac{w^2 + \hat{v}_y^2}{\hat{v}_x \hat{v}_y} C_D \right] \end{cases} \quad (22)$$

与单元质量矩阵和单元刚度矩阵类似,单元气动阻尼矩阵能通过将 Hermite 形函数运用到虚功原理的方法推导得到:

$$\mathbf{c}_{\text{aero}} = \int_0^L c(\bar{z}) \mathbf{\Psi}'^T \mathbf{\Psi}' d\bar{z} \quad (23)$$

$$c(\bar{z}) = (1-e) \left( -\frac{\partial f}{\partial \hat{V}} \Big|_i \right) + e \left( -\frac{\partial f}{\partial \hat{V}} \Big|_{i+1} \right) \quad (24)$$

式中,  $-\frac{\partial f}{\partial \hat{V}} \Big|_i$  ——  $i$  节点气动阻尼系数。

## 2.3 动力学方程

组集单元质量矩阵、单元刚度矩阵和单元阻尼矩阵,同时考虑叶根处节点位移和转角的约束,建立整个叶片的动力学方程,此处只建立摆振方向的动力学方程。

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{y}}_t + \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{y}}_t + \mathbf{K}_t \mathbf{y}_t = \mathbf{P}_t \quad (25)$$

式中,  $\mathbf{M}$  —— 叶片质量矩阵;  $\mathbf{C}_t$  ——  $t$  时刻叶片阻尼矩阵;  $\mathbf{K}_t$  ——  $t$  时刻叶片刚度矩阵;  $\mathbf{y}_t$  ——  $t$  时刻  $y$  方向的位移;  $\mathbf{P}_t$  ——  $t$  时刻叶片载荷列阵。

风轮旋转导致几何刚度随时间变化以及气动阻尼随时间变化会导致叶片刚度矩阵和叶片阻尼矩阵随时间变化。因此叶片动力学模型是一个非线性系统,常采用数值方法求解,本文采用常平均加速度假设法求解,在每一个时间步内可假设成线性系统。

基于常平均加速度假设,增量形式的拟静力平衡方程表示为:

$$\tilde{\mathbf{K}} \Delta \mathbf{y} = \Delta \tilde{\mathbf{P}} \quad (26)$$

$$\tilde{\mathbf{K}} = \frac{4}{h^2} \mathbf{M} + \frac{2}{h} \tilde{\mathbf{C}} + \tilde{\mathbf{K}} \quad (27)$$

$$\Delta \tilde{\mathbf{P}} = \Delta \mathbf{P} + \mathbf{M} \left( \frac{4}{h} \dot{\mathbf{y}}_{t-1} + 2\ddot{\mathbf{y}}_{t-1} \right) + 2\tilde{\mathbf{C}} \dot{\mathbf{y}}_{t-1} \quad (28)$$

式中,  $\tilde{\mathbf{K}}$  ——等效刚度矩阵;  $\Delta \mathbf{y}$  ——位移增量列阵;  $\Delta \tilde{\mathbf{P}}$  ——等效载荷增量列阵;  $h$  ——时间增量;  $\bar{\mathbf{C}} = 0.5(\mathbf{C}_{t-1} + \mathbf{C}_t)$  —— $t-1$  和  $t$  时刻阻尼矩阵的平均值;  $\bar{\mathbf{K}} = 0.5(\mathbf{K}_{t-1} + \mathbf{K}_t)$  —— $t-1$  和  $t$  时刻刚度矩阵的平均值;  $\Delta \mathbf{P}$  ——实际载荷增量列阵。

根据式(26)计算得到的位移增量, 基于常平均加速度假设可求得速度增量:

$$\Delta \dot{\mathbf{y}} = \frac{2}{h} \Delta \mathbf{y} - 2\dot{\mathbf{y}}_{t-1} \quad (29)$$

由于数值计算存在误差, 为了避免误差累积, 加速度的计算应根据每步的平衡条件直接求得, 而不是按增量累积的方式求得。在  $t$  时刻的位移列阵、速度列阵和加速度列阵可表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{y}_t = \mathbf{y}_{t-1} + \Delta \mathbf{y} \\ \dot{\mathbf{y}}_t = \dot{\mathbf{y}}_{t-1} + \Delta \dot{\mathbf{y}} \\ \ddot{\mathbf{y}}_t = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{P}_t - \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{y}}_t - \mathbf{K}_t \mathbf{y}_t) \end{cases} \quad (30)$$

由于外载荷  $\mathbf{P}_t$  受到结构响应的影响, 在求解过程中, 每一个时间步需要进行迭代计算至收敛才能进入下一个时间步, 收敛的判断依据为  $\mathbf{y}_t$ 、 $\dot{\mathbf{y}}_t$  在相邻两迭代步之间的相对误差都小于  $10^{-2}$ 。

### 3 叶片弯弯耦合

#### 3.1 弹性弯弯耦合

对于空间梁单元, 若梁截面不规则或坐标轴未通过截面对称轴, 截面惯性积非零将导致弯弯耦合。对于截面为翼型的风力机叶片, 其不规则的几何外形和较大的气动扭角更容易导致叶片的弯弯耦合。本文取任一截面(如图3所示)分析叶片的弹性弯弯耦合。

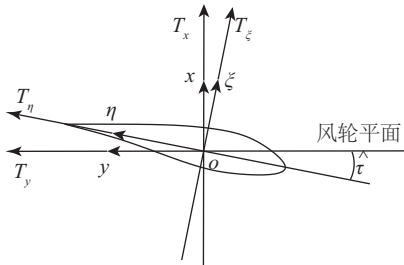


图3 弹性弯弯耦合分析示意图

Fig. 3 Schematic of bending-bending coupling analysis

本文取风轮平面内( $y$ 方向)和风轮平面外( $x$ 方向)2个方向对叶片进行气弹耦合分析。

在  $xoy$  坐标系下, 本构关系为:

$$\begin{bmatrix} -T_x \\ T_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EI_{xx} & EI_{xy} \\ EI_{yx} & EI_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y'' \\ x'' \end{bmatrix} \quad (31)$$

式中,  $T_x$  ——对  $x$  轴的弯矩;  $T_y$  ——对  $y$  轴的弯矩;

$EI_{xx}$  ——对  $x$  轴的刚度;  $EI_{yy}$  ——对  $y$  轴的刚度;  $EI_{xy}$ 、 $EI_{yx}$  ——对  $x$ 、 $y$  轴的耦合刚度;  $y''$  —— $y$  方向位移的2阶微分;  $x''$  —— $x$  方向位移的2阶微分。

同理, 在  $\xi o \eta$  坐标系下, 本构关系为:

$$\begin{bmatrix} -T_\xi \\ T_\eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EI_{\xi\xi} & EI_{\xi\eta} \\ EI_{\eta\xi} & EI_{\eta\eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta'' \\ \xi'' \end{bmatrix} \quad (32)$$

根据坐标旋转变换, 几何关系为:

$$\begin{bmatrix} -T_x \\ T_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \hat{\tau} & \sin \hat{\tau} \\ -\sin \hat{\tau} & \cos \hat{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -T_\xi \\ T_\eta \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\begin{bmatrix} \eta'' \\ \xi'' \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \cos \hat{\tau} & -\sin \hat{\tau} \\ \sin \hat{\tau} & \cos \hat{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y'' \\ x'' \end{bmatrix} \quad (34)$$

式中,  $\hat{\tau}$  ——为  $\xi o \eta$  坐标相对  $xoy$  坐标旋转的角度(逆时针为正),  $\hat{\tau} = \tau + \theta$ ;  $\tau$  ——叶片初始气动扭角;  $\theta$  ——扭振引起的扭转角。

联立式(31)~式(34)可得:

$$\begin{bmatrix} EI_{xx} & EI_{xy} \\ EI_{yx} & EI_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \hat{\tau} & \sin \hat{\tau} \\ -\sin \hat{\tau} & \cos \hat{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} EI_{\xi\xi} & EI_{\xi\eta} \\ EI_{\eta\xi} & EI_{\eta\eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \hat{\tau} & -\sin \hat{\tau} \\ \sin \hat{\tau} & \cos \hat{\tau} \end{bmatrix} \quad (35)$$

若截面关于  $\eta$  轴对称, 则有  $EI_{\xi\eta} = EI_{\eta\xi} = 0$ , 解得:

$$\begin{cases} EI_{xx} = EI_{\xi\xi} \cos^2 \hat{\tau} + EI_{\eta\eta} \sin^2 \hat{\tau} \\ EI_{yy} = EI_{\xi\xi} \sin^2 \hat{\tau} + EI_{\eta\eta} \cos^2 \hat{\tau} \\ EI_{xy} = EI_{yx} = (EI_{\eta\eta} - EI_{\xi\xi}) \sin \hat{\tau} \cos \hat{\tau} \end{cases} \quad (36)$$

从式(36)可知若  $\hat{\tau}$  非零,  $EI_{xy}$  非零, 代入式(31), 等式右边矩阵的非对角元素不为零, 会产生弹性弯弯耦合。

#### 3.2 气动阻尼弯弯耦合

式(21)中,  $-\partial f_x / \partial \hat{V}_y$  表示  $x$  方向的气动阻尼受到  $y$  方向振动速率的影响系数,  $-\partial f_y / \partial \hat{V}_x$  表示  $y$  方向的气动阻尼受到  $x$  方向振动速率的影响系数, 若  $-\partial f_x / \partial \hat{V}_y$  或  $-\partial f_y / \partial \hat{V}_x$  非零, 会产生气动阻尼弯弯耦合。

#### 3.3 弯弯耦合动力学方程

式(25)为  $y$  方向振动的等效方程, 若同时考虑  $x, y$  方向的振动以及绕  $z$  轴的扭振, 则式(25)可扩展为:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_{xx} & \tilde{\mathbf{K}}_{xy} & \tilde{\mathbf{K}}_{xz} \\ \tilde{\mathbf{K}}_{yx} & \tilde{\mathbf{K}}_{yy} & \tilde{\mathbf{K}}_{yz} \\ \tilde{\mathbf{K}}_{zx} & \tilde{\mathbf{K}}_{zy} & \tilde{\mathbf{K}}_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \tilde{\mathbf{P}}_x \\ \Delta \tilde{\mathbf{P}}_y \\ \Delta \tilde{\mathbf{T}}_z \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_{xx} & \tilde{\mathbf{K}}_{xy} & \tilde{\mathbf{K}}_{xz} \\ \tilde{\mathbf{K}}_{yx} & \tilde{\mathbf{K}}_{yy} & \tilde{\mathbf{K}}_{yz} \\ \tilde{\mathbf{K}}_{zx} & \tilde{\mathbf{K}}_{zy} & \tilde{\mathbf{K}}_{zz} \end{bmatrix} = \frac{4}{h^2} \begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 & -\mathbf{S}_{xz} \\ 0 & \mathbf{M} & \mathbf{S}_{yz} \\ -\mathbf{S}_{xz} & \mathbf{S}_{yz} & \mathbf{J} \end{bmatrix} + \frac{2}{h} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}}_{xx} & \bar{\mathbf{C}}_{xy} & 0 \\ \bar{\mathbf{C}}_{yx} & \bar{\mathbf{C}}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\mathbf{C}}_{zz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}}_{xx} & \bar{\mathbf{K}}_{xy} & 0 \\ \bar{\mathbf{K}}_{yx} & \bar{\mathbf{K}}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\mathbf{K}}_{zz} \end{bmatrix} \quad (38)$$



$$\begin{bmatrix} \Delta \tilde{P}_x \\ \Delta \tilde{P}_y \\ \Delta \tilde{T}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_x \\ \Delta P_y \\ \Delta T_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M & 0 & -S_{xz} \\ 0 & M & S_{yz} \\ -S_{xz} & S_{yz} & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_{t-1} \\ \dot{y}_{t-1} \\ \dot{\theta}_{t-1} \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} \ddot{x}_{t-1} \\ \ddot{y}_{t-1} \\ \ddot{\theta}_{t-1} \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} \bar{C}_{xx} & \bar{C}_{xy} & 0 \\ \bar{C}_{yx} & \bar{C}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{C}_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_{t-1} \\ \dot{y}_{t-1} \\ \dot{\theta}_{t-1} \end{bmatrix} \quad (39)$$

式中,  $\bar{K}_{xy}$ 、 $\bar{K}_{yx}$ ——弹性弯弯耦合项;  $\bar{C}_{xy}$ 、 $\bar{C}_{yx}$ ——阻尼弯弯耦合项。

弹性耦合项可由式(10)和式(36)求得, 阻尼耦合项可由式(17)和式(23)求得。若  $\bar{K}_{xy} = \bar{K}_{yx} = \bar{C}_{xy} = \bar{C}_{yx} = 0$ , 则认为在  $x$  和  $y$  方向上的振动独立, 但实际上弹性耦合项和阻尼耦合项均非零, 因此叶片的振动行为会受到耦合振动的影响。

## 4 算例分析

综上, 对 NREL 5 MW 水平轴风力机进行计算和分析, 其部分参数见表 1, 具体参数可参考文献[16]。为便于分析和研究, 本文选择在只考虑风剪切的额定风况下进行仿真, 如图 4 所示。风轮转速  $\Omega$  为 12.1 r/min, 叶尖桨距角  $\beta$  为  $0^\circ$ , 轮毂处的风速  $U$  为 11.4 m/s, 风轮上其他位置的风速可根据风剪切模型(指数型)计算得到, 剪切因子  $\gamma$  为 0.2, 叶片朝上时将受到较大气动载荷。当叶片竖直向上时方位角  $\psi$  为  $0^\circ$ , 风轮顺时针旋转。

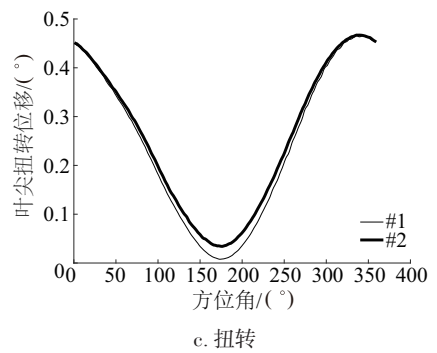
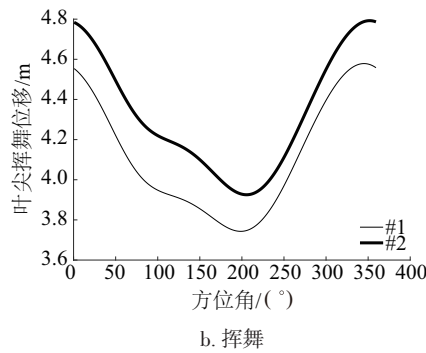
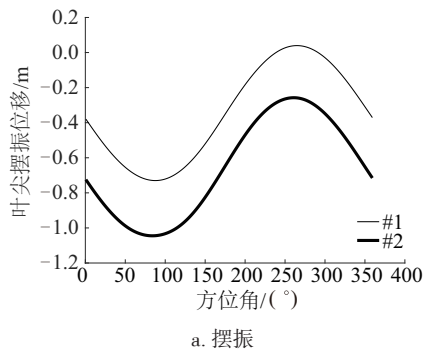


图5 叶尖摆振位移、挥舞位移、扭转位移随方位角的变化情况

Fig. 5 Tip edge-wise displacements, tip flap-wise displacements and tip torsional angle change in azimuth angle

将图 5a 与图 5b 整合可得到图 6, 图 6 中的 a 和 A 分别表示 #1 和 #2 最大挥舞位移; b 和 B 分别表示 #1 和 #2 最大摆振位移; c 和 C 分别表示 #1 和 #2 最小挥舞位移; d 和 D 表示 #1 和 #2 最小摆振位移; 虚线方框表示叶尖位移的活动范围。

表 1 叶片参数

Table 1 Parameters of blade

参数	数值	参数	数值
叶片数量 $B$	3	额定风速 $v_{rate}/m \cdot s^{-1}$	11.4
轮毂半径 $r_{hub}/m$	1.5	额定转速 $\Omega_{rate}/r \cdot min^{-1}$	12.1
叶片长度 $L/m$	61.5	—	—

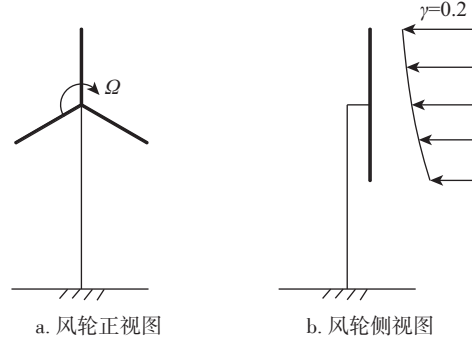


图4 仿真风况示意图

Fig. 4 Schematic of simulation wind condition

基于以上风况, 对风力机进行 2 次仿真: #1 不考虑弯弯耦合(假设  $\bar{K}_{xy} = \bar{K}_{yx} = \bar{C}_{xy} = \bar{C}_{yx} = 0$ ); #2 考虑弯弯耦合。由于只考虑剪切风况, 因此计算结果具有周期性, 可提取其中的一个周期进行分析。图 5 为一个周期内叶尖的摆振、挥舞、扭转位移随方位角的变化情况, 可看出 #2 相比 #1 具有更大的摆振和挥舞位移。图 5c 中 #2 与 #1 不重合, 说明挥舞摆振耦合振动会对扭转产生影响, 但该影响远小于挥舞振动与摆振振动的相互影响。

图 6 中涉及的具体数值如表 2 所示。在整个周期内, 当方位角为  $30^\circ$  时, #2 比 #1 的摆振位移增加量达到最大, 为 0.35 m; 当方位角为  $8.03^\circ$  时, #2 比 #1 的挥舞位移增加量达到最大, 为 0.28 m。该增量可视作挥舞摆振耦合振动产生的附加位移。

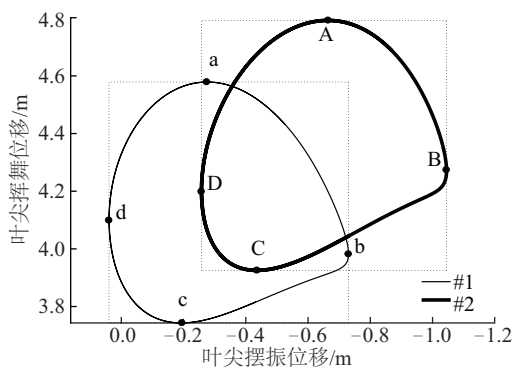


图6 #1和#2叶尖位移对比

Fig. 6 Comparing on tip displacements of #1 and #2

表2 叶尖位移

Table 2 Displacements at blade tip

符号	方位角/(°)	摆振位移/m	挥舞位移/m
#1(#2)	#1(#2)	#1(#2)	#1(#2)
a(A)	344.80(351.96)	-0.27(-0.66)	4.58(4.80)
b(B)	87.80(83.44)	-0.73(-1.04)	3.98(4.27)
c(C)	198.14(205.40)	-0.20(-0.44)	3.74(3.93)
d(D)	264.94(260.58)	0.04(-0.26)	4.10(4.20)

图7中#2的叶尖的摆振速率(式(1)中 $\hat{V}$ 的 $y$ 分量 $\hat{V}_y$ )最大达到0.54 m/s,而叶尖的周向导速度(式(1)中 $u$ 的 $y$ 分量 $u_y$ )约为0.3 m/s;叶尖的挥舞速率(式(1)中 $\hat{V}$ 的 $x$ 分量 $\hat{V}_x$ )最大达到0.67 m/s,而叶尖的轴向诱导速度(式(1)中 $u$ 的 $x$ 分量 $u_x$ )约为2.5 m/s。摆振方向的振动速度达到诱导速度的180%,挥舞方向的振动速度达到诱导速度的26.8%,叶片的振动会对气动力的计算产生很大影响。

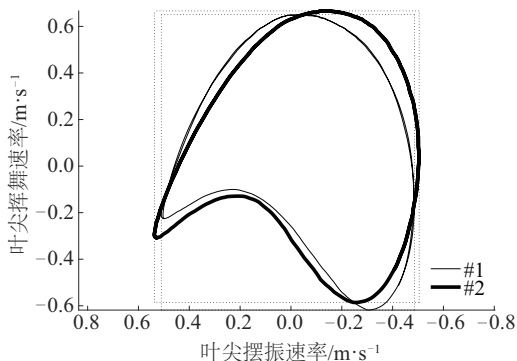


图7 #1和#2叶尖速率对比

Fig. 7 Comparing on tip velocity of #1 and #2

## 5 结 论

1)采用 Hermite 梁单元对风力机叶片进行离散建

模,建立动力学方程。推导叶片气动阻尼系数,然后运用到虚功原理求得气动阻尼矩阵,与结构阻尼矩阵叠加生成总阻尼矩阵。

2)结合气动力的计算与叶片结构响应来建立气弹耦合模型,在计算结构响应时考虑气动阻尼以及挥舞和摆振2个方向上的耦合振动,深入分析叶片弯弯耦合产生的原因,建立弯弯耦合动力学方程,并基于常平均加速度假设求解方程。

3)对 NREL 5 MW 大型风力机仿真,对比可知弯弯耦合对叶片的振动行为有很大影响。因此在分析叶片振动行为时,需对弯弯耦合振动予以充分考虑,因为弯弯耦合振动会加剧彼此的振动位移,对结构产生不利影响。

## [参考文献]

- [1] QUARTON D C, RASMUSSEN F, NATH C, et al. Wind turbine design calculations: The state of the art [C]//Proceedings of the 1996 European Union Wind Energy Conference and Exhibition, Goteborg, Sweden, 1996: 10-11.
- [2] TONY B, DAVID S, NICK J, et al. Wind energy handbook[M]. New York: John Wiley & Sons, 2005.
- [3] LOBITZ D W, VEERS P S. Aeroelastic behavior of twist-coupled HAWT blades [C]//ASME Wind Energy Symposium, Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM(United States), 1988.
- [4] LOBITZ D W, VEERS P S. Performance of twist-coupled blades on variables speed rotors [C]//ASME Wind Energy Symposium, Published by Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM(United States), 1999.
- [5] 任勇生, 张明辉. 水平轴风力机叶片的弯扭耦合气弹稳定性研究[J]. 振动与冲击, 2010, 29(7): 196-200.
- [6] REN Y S, ZHANG M H. Aeroelastic Stability of a horizontal axis wind turbine blade with bending-torsion coupled [J]. Journal of vibration and shock, 2010, 29 (7): 196-200.
- [7] 孟园园. 水平轴风力机弯扭耦合模态的颤振研究 [D]. 汕头: 汕头大学, 2013.
- [8] MENG Y Y. Research on the flutter of coupling mode between flapwise bending and torsion about HAWT [D]. Shantou: Shantou University, 2013.
- [7] HAYAT K, DE LECEAB A G M, MORIONESB C D, et al. Flutter performance of bend-twist coupled large-scale wind turbine blades [J]. Journal of sound and vibration, 2016, 370: 149-162.
- [8] POURAZARM P, CARACOGIA L, LACKNERA M,

- et al. Perturbation methods for the reliability analysis of wind-turbine blade failure due to flutter [J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2016, 156: 159-171.
- [9] ORMISTON R A. Dynamic response of wind turbine rotor systems [C]//*Proceedings of the 31st Annual National Forum of the American Helicopter Society*, Washington, DC, 1975.
- [10] 卞于中, 周玉, 李学士. 风力机叶片气动弹性实验研究[J]. *气动实验与测量控制*, 1994, 8(3): 29-34.
- BIAN Y Z, ZHOU Y, LI X S. An aeroelastic experimental study of the blade of the wind turbine [J]. *Aerodynamic experiment and measurement & control*, 1994, 8(3): 29-34.
- [11] KAZA K R V, HAMMOND C E. An investigation of flap-lag stability of wind turbine rotors in the presence of velocity gradients and helicopter rotors in forward flight [C]//*Proceedings of AIAA/ASME/SAE 17th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, Pennsylvania, USA, 1976.
- [12] RASMUSSEN F, PETERSEN J T, MADSEN H A. Dynamic stall and aerodynamic damping [J]. *Journal of solar energy engineering*, 2015, 121(3): 150-155.
- [13] PETERSEN J T. Damping for edgewise vibrations [R]. Denmark; Risø National Laboratory, 1997.
- [14] 陈严, 王小虎, 刘雄. 水平轴风力机叶片稳态失速气动阻尼分析[J]. *太阳能学报*, 2011, 32(9): 1294-1302.
- CHEN Y, WANG X H, LIU X. Aerodynamic damping analysis of horizontal axis wind turbine blade in steady stall [J]. *Acta energiae solaris sinica*, 2011, 32(9): 1294-1302.
- [15] 刘雄, 李钢强, 陈严, 等. 水平轴风力机叶片动态响应分析[J]. *机械工程学报*, 2010, 46(12): 128-134.
- LIU X, LI G Q, CHEN Y. Dynamic response analysis of the blade of horizontal axis wind turbines [J]. *Journal of mechanical engineering*, 2010, 46(12): 128-134.
- [16] JONKMAN J, BUTTERFIELD S, MUSIAL W, et al. Definition of a 5 MW reference wind turbine for offshore system development [R]. NREL, 2009.

## ANALYSIS ON BENDING-BENDING COUPLED AEROELASTIC RESPONSE OF HORIZONTAL AXIS WIND TURBINE BLADES

Chen Gang, Chen Jin, Pang Xiaoping

(State Key Laboratory of Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** To investigate the vibration behaviour of wind turbine blade, the Hermite beam element model is introduced to discrete the blade. Embedding the vibration behaviour into the calculation of aerodynamic loads to build the aerodynamic-elastic coupling model. The aero-damping matrix is derived by substituting the aero-damping coefficient into the virtual work principle, and then superposed with the structure-damping matrix to generate the overall damping matrix. Based on the geometrical and structural characteristics of blade, the bending-bending coupled is investigated thoroughly. Then the elastic coupled terms and the damping coupled terms are obtained to build the bending-bending coupled dynamic equations. The equations are solved based on the average acceleration assumptions. The NREL 5 MW wind turbine is simulated at rated wind speed considered the shear flow. The simulation results indicate that the vibration displacements of bending-bending coupled are greater than that of bending-bending independent. The velocities of vibration can not be neglected when put them together with the induced velocities (BEM).

**Keywords:** wind turbine blades; aeroelastic response; aero-damping; bending-bending coupled; horizontal axis