

# 基于交替方向乘子法的含风电场系统 ATC 计算

李国庆<sup>1</sup>, 惠鑫欣<sup>1</sup>, 孙福军<sup>2</sup>, 沈冠冶<sup>1</sup>, 宋凯豪<sup>1</sup>

(1. 东北电力大学电气工程学院, 吉林 132012; 2. 国网黑龙江省电力有限公司, 哈尔滨 150090)

**摘 要:** 随着风电大规模并网,其波动性、间歇性及时空相关性对可用输电能力(available transfer capability, ATC)计算带来极大挑战,建立考虑风速时空相关性的基于直流潮流的含风电场系统可用输电能力计算模型。同时考虑风速时空相关性与负荷波动性对系统潮流分布的影响,并采用交替方向乘子法(alternating direction method of multipliers, ADMM)对 ATC 模型进行优化求解,以提高计算速度,实现系统 ATC 的快速计算。以 IEEE-9、IEEE-39、IEEE-118 测试系统进行仿真,验证该算法的准确性和有效性。

**关键词:** 风电场; 风速时空相关性; 直流潮流; 交替方向乘子法; 可用输电能力

**中图分类号:** TM744

**文献标识码:** A

## 0 引 言

能源紧张的局势和环境保护的压力加快了可再生能源的开发与利用<sup>[1]</sup>,风力发电作为经济效益好、清洁无污染的绿色可再生能源发电技术已在全球范围内得到广泛应用。风电的大规模并网给电力系统的运行带来较大影响<sup>[2,3]</sup>,而可用输电能力(available transfer capability, ATC)是衡量系统运行稳定性的重要指标,为保证电力系统安全稳定运行和电力市场交易顺利进行,准确、快速计算系统的 ATC 具有重要意义<sup>[4]</sup>。

由北美电力可靠性委员会给出的 ATC 定义<sup>[5]</sup>可看出,ATC 的计算需要量化多种不确定性因素的影响。文献[6,7]采用概率性方法对 ATC 进行评估,考虑系统故障和负荷波动对系统 ATC 的影响,但随着风电的大规模并网,风电出力的不确定性给系统 ATC 的评估带来新的挑战。国内外学者通过风速的概率分布、风速的时间序列模型以及根据风力发电水平进行场景聚合等措施来研究风电并网后的 ATC 情况<sup>[8-10]</sup>。文献[8-10]虽考虑风速的间歇性和波动性对 ATC 的影响,但距离较近的风场位于同一风带,不同风场的风速分布具有较强的相关性,风速相关性直接影响风场的输出功率,进一步

影响 ATC 的波动趋势,因此,为了更准确分析风电并网对系统 ATC 的影响,在风速预测时应考虑风速相关性的影响。为此,文献[11,12]采用 Cholesky 分解、Nataf 逆变技术对风速相关性进行建模分析,但仅笼统考虑风速相关性。然而风速不仅具有时间相关性同时具有空间相关性,在进行风速预测时未考虑风速的时空相关性,会使得预测值与实际值偏差量较大,影响系统的运行特性,进而导致系统 ATC 的计算结果存在一定偏差。

为使得风速预测值更接近于实际风速,使系统 ATC 的分析结果更可靠、更符合实际,本文采用文献[13]提出的时空相关性预测误差法进行风速预测,考虑风速的时间相关性和空间相关性,构建具有时空相关性的风速模型,使得风电并网系统 ATC 计算结果更加准确。

在保证 ATC 计算精度的同时,提高系统 ATC 的计算速度也很重要,尤其是在线 ATC 分析对计算速度的要求更加严格。在短时间内,不确定性因素对 ATC 的影响小,并且各节点电压一般稳定在额定电压附近,线路两端的电压相角差很小,因此可采用直流潮流模型实现 ATC 的快速计算,但线性规划法(linear programming method, LPM)随着系统规模的增大,计算时间急剧增加<sup>[14]</sup>。为了解决这一问

收稿日期: 2016-12-12

基金项目: 国家自然科学基金(51377016)

通信作者: 李国庆(1963—),男,博士、教授、博士生导师,主要从事电力系统安全性和稳定性分析、控制,电力系统继电保护和配电系统自动化等方面的研究。lgq@mail.nedu.edu.cn

题,本文采用交替方向乘子法<sup>[15]</sup> (alternating direction method of multipliers, ADMM)对模型进行求解,该算法结合了对偶上升法的可分解性与增广拉格朗日乘子法良好的收敛性,能很好解决电力系统优化问题,收敛性好,鲁棒性强,以实现大系统的 ATC 快速计算。

本文同时考虑风速时空特性以及负荷波动性对系统的影响,提出基于直流潮流的 ATC 计算模型,采用交替方向乘子法对修改后的模型进行优化求解。讨论风速的相关系数对系统 ATC 的影响,并研究对偶更新步长的变化对 ADMM 收敛速度的影响,对不同测试系统进行仿真实验,为电力系统在线 ATC 计算提供参考依据。

## 1 风电场模型

### 1.1 风速模型

实际风速可看作是风速预测值和风速预测误差的叠加,可用式(1)描述。

$$v(\omega, h) = F(\omega, h) + W_{ST}(\omega, h) \quad (1)$$

式中,  $v(\omega, h)$ ——具有时空相关性的风速值矩阵;  $F(\omega, h)$ ——风速预测值矩阵;  $W_{ST}(\omega, h)$ ——具有时空相关性的风速预测误差矩阵;  $\omega$ ——第  $\omega$  个风场,  $\omega = 1, 2, \dots, N_w$ ,  $N_w$  为风场的数目;  $h$ ——第  $h$  个小时,  $h = 1, 2, \dots, N_H$ ,  $N_H$  为预测值的小时数。

风速时空相关性的获取方法如下:首先,通过文献[16]中的统计预测方法获得风速预测值;然后,用独立同分布高斯随机变量矩阵  $W_h$  表示无相关性的风速预测误差<sup>[17]</sup>,构建时空协方差矩阵来修改  $W_h$  得到具有时空相关性的风速预测误差<sup>[18]</sup>。

为了引入不同风场之间的空间相关性,构造  $N_w \times N_w$  维的空间相关性矩阵  $R_{S,h}$ :

$$R_{S,h} = \begin{bmatrix} \rho_{s,11} & \rho_{s,12} & \cdots & \rho_{s,1N_w} \\ \rho_{s,21} & \rho_{s,22} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \rho_{s,ab} & \cdots \\ \rho_{s,N_w1} & \cdots & \cdots & \rho_{s,N_wN_w} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中,  $\rho_{s,ab}$ ——位于位置  $(a, b)$  风场风速预测误差的空间相关性。空间相关性矩阵是对称阵,对矩阵  $R_{S,h}$  进行奇异值分解,得到:

$$R_{S,h} = U_{R_{S,h}} \Sigma_{R_{S,h}} U_{R_{S,h}}^T = U_{R_{S,h}} \Sigma_{R_{S,h}}^{1/2} (U_{R_{S,h}} \Sigma_{R_{S,h}}^{1/2})^T \quad (3)$$

式中,  $U_{R_{S,h}}$ ——分解后的酉矩阵;  $\Sigma_{R_{S,h}}$ ——对角矩

阵,对角元素是奇异值按从大到小的顺序排列组成的;  $U_{R_{S,h}}^T$ ——酉矩阵的转置矩阵。

将分解后的矩阵应用到  $N_H$  个  $W_h$  矩阵中,形成  $N_H$  个空间相关性风速预测误差  $W_{S,h}$ :

$$W_{S,h} = U_{R_{S,h}} \Sigma_{R_{S,h}}^{1/2} W_h, \quad h = 1, 2, \dots, N_H \quad (4)$$

$N_H$  个  $W_{S,h}$  构成具有空间相关性的风速预测误差矩阵  $W_S$ :

$$W_S = [W_{S,1} \ W_{S,2} \ \cdots \ W_{S,h} \ \cdots \ W_{S,N_H}] \quad (5)$$

另外,风速预测误差矩阵  $W_S$  需要考虑时间自相关性和时间向量方差,构建时间自相关向量  $\rho_{T,\omega}$  和方差向量  $\sigma_{T,\omega}$ ,如式(6)~式(8):

$$\rho_{T,\omega} = [\rho_{T,\omega1} \ \rho_{T,\omega2} \ \cdots \ \rho_{T,\omega h} \ \cdots \ \rho_{T,\omega N_H}] \quad (6)$$

$$\sigma_{T,\omega} = [\sigma_{T,\omega1} \ \sigma_{T,\omega2} \ \cdots \ \sigma_{T,\omega h} \ \cdots \ \sigma_{T,\omega N_H}] \quad (7)$$

$$R_{T,\omega} = \begin{bmatrix} \rho_{T,\omega1} & \rho_{T,\omega2} & \cdots & \rho_{T,\omega N_H} \\ \rho_{T,\omega2} & \rho_{T,\omega1} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \rho_{T,\omega N_H} & \cdots & \cdots & \rho_{T,\omega1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中,  $\rho_{T,\omega h}$ 、 $\sigma_{T,\omega h}$ ——第  $\omega$  个风场第  $h$  小时的时间相关性、方差;  $R_{T,\omega}$  中的第  $p$  行第  $f$  列元素等于  $\rho_{T,\omega}$  中第  $|p-f|+1$  个元素;方差矩阵  $V_{T,\omega}$  是将方差向量元素构成对角矩阵,如式(9):

$$V_{T,\omega} = \text{diag}(\sigma_{T,\omega}) \quad (9)$$

通过时间自相关矩阵  $R_{T,\omega}$  和方差矩阵  $V_{T,\omega}$  构造第  $\omega$  个风场的时间协方差矩阵  $K_{T,\omega}$ :

$$K_{T,\omega} = V_{T,\omega} R_{T,\omega} V_{T,\omega} \quad (10)$$

同空间相关性矩阵类似,进行奇异值分解,得到:

$$K_{T,\omega} = U_{R_{T,\omega}} \Sigma_{R_{T,\omega}} U_{R_{T,\omega}}^T \quad (11)$$

式中,  $U_{R_{T,\omega}}$ ——分解后的酉矩阵;  $\Sigma_{R_{T,\omega}}$ ——对角矩阵;  $U_{R_{T,\omega}}^T$ ——酉矩阵的转置矩阵。

用  $W_{S,\omega}$  表示矩阵  $W_S$  中第  $\omega$  行元素对应的行向量,分解后的矩阵应用到空间相关性风速预测误差  $W_{S,\omega}$  中,得到具有时空相关性的预测误差向量  $W_{ST,\omega}$ :

$$W_{ST,\omega} = (U_{R_{T,\omega}} \Sigma_{R_{T,\omega}}^{1/2} W_{S,\omega}^T)^T = W_{S,\omega} (U_{R_{T,\omega}} \Sigma_{R_{T,\omega}}^{1/2})^T \quad (12)$$

用时空相关性的预测误差向量  $W_{ST,\omega}$  构成时空相关性预测误差矩阵  $W_{ST}(\omega, h)$ :

$$\mathbf{W}_{\text{ST}}(\omega, h) = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{\text{ST},1} \\ \vdots \\ \mathbf{W}_{\text{ST},N_w} \end{bmatrix} \quad (13)$$

最后,风速预测矩阵  $\mathbf{F}(\omega, h)$  与时空相关性预测误差矩阵  $\mathbf{W}_{\text{ST}}(\omega, h)$  叠加,得到具有时空相关性的风速预测值  $v(\omega, h)$ 。

## 1.2 风电机功率模型

风电机组的输出功率与风速及自身的功率曲线关系密切,描述风功率曲线的模型为:

$$P_w(v) = \begin{cases} 0, & v > v_o, v < v_i \\ P_r \frac{v - v_i}{v_r - v_i}, & v_i \leq v \leq v_r \\ P_r, & v_r < v < v_o \end{cases} \quad (14)$$

式中,  $P_w(v)$  ——风功率曲线;  $v_i$ 、 $v_r$  ——切入风速、额定风速;  $P_r$  ——风力机的额定功率;  $v_o$ 、 $v$  ——切出风速、实际风速。

## 2 交替方向乘子法

### 2.1 ADMM算法的迭代形式

为了结合对偶上升法的可分解性与增广拉格朗日乘子法良好的收敛性,提出改进形式的交替方向乘子法<sup>[19]</sup>,该算法能很好解决电力系统优化问题,收敛性好,鲁棒性强,并且不要求目标函数严格凸,ADMM 本质上是解决含等式约束的凸优化问题,其标准形式如式(15):

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) + g(z) \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{Ax} + \mathbf{Bz} = \mathbf{c} \end{aligned} \quad (15)$$

式中,  $f(x)$ 、 $g(z)$  ——目标函数为凸函数,由 2 个相关的函数组成;  $x$ 、 $z$  ——变量,  $x \in \mathbf{R}^l$ ,  $z \in \mathbf{R}^m$ ;  $\mathbf{Ax} + \mathbf{Bz} = \mathbf{c}$  ——等式约束,  $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{p \times l}$ ,  $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{p \times m}$ ,  $\mathbf{c} \in \mathbf{R}^p$ 。

首先构造增广的拉格朗日函数  $L_\rho(x, z, y)$ :

$$L_\rho(x, z, y) = f(x) + g(z) + y^T(\mathbf{Ax} + \mathbf{Bz} - \mathbf{c}) + (\rho/2) \|\mathbf{Ax} + \mathbf{Bz} - \mathbf{c}\|_2^2 \quad (16)$$

式中,  $y$  ——拉格朗日乘子;  $\rho$  ——对偶更新步长,  $\rho > 0$ ;  $\|\cdot\|_2$  ——二范数。

则 ADMM 的迭代形式为:

$$x^{k+1} = \arg \min_x L_\rho(x, z^k, y^k) \quad (17)$$

$$z^{k+1} = \arg \min_z L_\rho(x^{k+1}, z, y^k) \quad (18)$$

$$y^{k+1} = y^k + \rho(\mathbf{Ax}^{k+1} + \mathbf{Bz}^{k+1} - \mathbf{c}) \quad (19)$$

式中,  $\arg \min$  ——数学函数,表示  $L_\rho$  取最小值时  $x$  的取值;  $k$  ——迭代次数。该算法由 3 部分构成,分别为公式(18)变量  $x$  的迭代、公式(19)变量  $z$  的迭代和公式(20)对  $y$  的更新。

为了简化迭代形式,对  $y$  进行规范化处理,得到 ADMM 算法的规范形式,为此,先定义  $\mathbf{r} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bz} - \mathbf{c}$ ,  $\mathbf{u} = (1/\rho)y$  得到:

$$y^T \mathbf{r} + (\rho/2) \|\mathbf{r}\|_2^2 = (\rho/2) \|\mathbf{r} + \mathbf{u}\|_2^2 - (\rho/2) \|\mathbf{u}\|_2^2 \quad (20)$$

进而得到 ADMM 的规范形式:

$$x^{k+1} = \arg \min_x (f(x) + (\rho/2) \|\mathbf{Ax} + \mathbf{Bz}^k - \mathbf{c} + \mathbf{u}^k\|_2^2) \quad (21)$$

$$z^{k+1} = \arg \min_z (g(z) + (\rho/2) \|\mathbf{Ax}^{k+1} + \mathbf{Bz} - \mathbf{c} + \mathbf{u}^k\|_2^2) \quad (22)$$

$$\mathbf{u}^{k+1} = \mathbf{u}^k + \mathbf{Ax}^{k+1} + \mathbf{Bz}^{k+1} - \mathbf{c} \quad (23)$$

### 2.2 ADMM的最优条件与迭代停止标准

交替方向乘子法(ADMM)的最优条件为:

$$\mathbf{Ax}^* + \mathbf{Bz}^* - \mathbf{c} = 0 \quad (24)$$

$$\begin{aligned} 0 &= \nabla f(x^{k+1}) + \mathbf{A}^T y^k + \rho \mathbf{A}^T (\mathbf{Ax}^{k+1} + \mathbf{Bz}^k - \mathbf{c}) \\ &= \nabla f(x^{k+1}) + \mathbf{A}^T y^{k+1} + \rho \mathbf{A}^T \mathbf{B} (z^k - z^{k+1}) \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} 0 &= \nabla g(z^{k+1}) + \mathbf{B}^T y^k + \rho \mathbf{B}^T (\mathbf{Ax}^{k+1} + \mathbf{Bz}^{k+1} - \mathbf{c}) \\ &= \nabla g(z^{k+1}) + \mathbf{B}^T y^{k+1} \end{aligned} \quad (26)$$

式中,  $x^*$ 、 $y^*$ 、 $z^*$  ——最优解;  $\nabla$  ——梯度。

从最优条件中可得到原始残差和对偶残差的表达式,如式(27)和式(28):

$$s^{k+1} = \rho \mathbf{A}^T \mathbf{B} (z^{k+1} - z^k) \quad (27)$$

$$r^{k+1} = \mathbf{Ax}^{k+1} + \mathbf{Bz}^{k+1} - \mathbf{c} \quad (28)$$

式中,  $s^{k+1}$  ——对偶残差;  $r^{k+1}$  ——原始残差;实际应用中,一般都根据原始残差和对偶残差指标来判断是否停止迭代。

$$\begin{aligned} \epsilon^{\text{pri}} &= \sqrt{p} \epsilon^{\text{abs}} + \epsilon^{\text{rel}} \max \{ \|\mathbf{Ax}^k\|_2, \|\mathbf{Bz}^k\|_2, \|\mathbf{c}\|_2 \} \\ \epsilon^{\text{dual}} &= \sqrt{l} \epsilon^{\text{abs}} + \epsilon^{\text{rel}} \|\mathbf{A}^T y^k\|_2 \end{aligned} \quad (29)$$

式中,  $\epsilon^{\text{pri}}$ 、 $\epsilon^{\text{dual}}$  ——原始残差、对偶残差迭代停止的基准;  $\max$  ——最大值函数;  $\epsilon^{\text{abs}}$ 、 $\epsilon^{\text{rel}}$  ——绝对误差、相对误差;  $p$  ——矩阵  $\mathbf{A}$  的行数;  $l$  ——变量  $x$  的维度。

当足  $\|\mathbf{r}^{k+1}\|_2 \leq \epsilon^{\text{pri}}$  且  $\|s^{k+1}\|_2 \leq \epsilon^{\text{dual}}$  时,迭代停止,得到最优解。

### 3 含风电场系统直流 ATC 计算模型

#### 3.1 风电并网系统直流 ATC 计算模型

在正常运行的实际电力系统中,各节点电压一般稳定在额定电压附近,线路两端的电压相角差很小,并且对于超高压电力网络,线路电阻远小于线路电抗,通过简化得到直流潮流方程<sup>[20]</sup>。本文建立基于直流潮流下求解区域间可用输电能力的数学模型。目标函数为区域间输电断面上可进一步传输的最大输电能力,ATC 的数学模型可表述为:

$$\begin{aligned} \min \quad & - \sum_{i \in O_1, j \in O_2} (P_{ij} - P_{ij}^0) \\ \text{s.t.} \quad & P_{Gi} + P_{Wi} - P_{Di} = \sum_{j \in i} B_{ij} \theta_j \\ & P_{Gi, \min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi, \max}, \quad i \in S_G \\ & P_{L, \min} \leq P_L \leq P_{L, \max}, \quad L \in S_L \end{aligned} \quad (30)$$

式中,  $P_{ij}$  ——节点  $i$  到节点  $j$  线路传输的有功功率,是各节点电压和相角的函数;  $P_{ij}^0$  ——基态值,是一个常数;  $O_1$ 、 $O_2$  ——送、受电区域节点集合;  $P_{Gi}$  ——发电机的有功出力;  $P_{Wi}$  —— $i$  节点注入风电的有功功率,  $P_{wi} = P_w[v(\omega, h)]$ ,  $v(\omega, h) = F(\omega, h) + W_{ST}(\omega, h)$ ;  $P_{Gi, \max}$ 、 $P_{Gi, \min}$  ——发电机有功出力上下界;  $P_{Di}$  —— $i$  节点的有功负荷;  $\theta_j$  —— $j$  节点的电压相角;  $P_{L, \max}$ 、 $P_{L, \min}$  ——线路  $L$  流过的有功功率上下界;  $P_L$  ——线路  $L$  的有功功率,  $P_L = -B_{ij} \theta_{ij}$ , 其中,  $B_{ij}$  为支路  $i$ 、 $j$  之间的电纳,  $\theta_{ij}$  为节点  $i$ 、 $j$  之间的电压相角;  $S_G$  ——所有发电机节点集合;  $S_L$  ——所有线路集合。

#### 3.2 基于 ADMM 的 ATC 计算模型

由 ADMM 的标准形式(15)可知,目标函数由 2 个相关的函数构成,用  $f(\zeta)$  表示系统的 ATC,并且  $f(\zeta)$  是满足等式约束的函数,表达式如公式(31)所示,  $g(\Psi)$  为指示函数,用来实现不等式约束。

$$\begin{aligned} f(\zeta) = & - \sum_{i \in O_1, j \in O_2} (P_{ij} - P_{ij}^0) \\ \text{dom} f = & \left\{ \zeta \mid P_{Gi} + P_{Wi} - P_{Di} = \sum_{j \in i} B_{ij} \theta_j \right\} \end{aligned} \quad (31)$$

式中,  $\zeta$  ——由各节点相角和发电机出力组成的列向量,  $\zeta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n, P_{G1}, P_{G2}, \dots, P_{Gm}]^T$ ,  $n$  是指系统

节点数,  $m$  是指发电机节点数;  $f(\zeta)$  ——带有定义域的函数,满足节点功率平衡条件下,输电断面上可进一步传输的最大输电能力;  $\text{dom}$  ——函数  $f(\zeta)$  的定义域。

具体的迭代形式如下:

$$\begin{aligned} \zeta^{k+1} = & \arg \min_x \left( - \sum_{i \in O_1, j \in O_2} (P_{ij} - P_{ij}^0) + (\rho/2) \|\zeta - \psi^k + \lambda^k\|_2^2 \right) \\ \psi^{k+1} = & \Pi_d(\zeta^{k+1} + \lambda^k) \\ \lambda^{k+1} = & \lambda^k + \zeta^{k+1} - \psi^{k+1} \end{aligned} \quad (32)$$

式中,  $\psi$  ——指示函数  $g(\psi)$  中的指示变量;  $\lambda$  ——等价的拉格朗日乘子;  $\Pi_d$  ——指示函数,约束  $\zeta$  的迭代值,使其满足不等式约束  $d$ ;  $d$  ——公式(30)中的不等式约束。

当原始残差和对偶残差满足其给定的迭代停止的基准时,迭代停止,输出最优解。

#### 3.3 ATC 计算流程

本文考虑风速时空相关性、负荷波动性对风电并网系统的影响,将具有时空相关性的风电输出功率与负荷波动加入到直流潮流方程中,建立基于直流潮流的 ATC 计算模型,将其转化为 ADMM 标准形式,通过 ADMM 对 ATC 模型进行优化求解。风电并网系统 ATC 计算的流程图如图 1 所示,对应的计算步骤如下:

步骤 1:通过气象仿真工具得到风速预测值,用独立同分布高斯随机变量矩阵表示无相关性的风速预测误差,构造空间相关性矩阵、时间协方差矩阵,分别进行奇异值分解,将分解后的酉矩阵和对角矩阵应用到风速预测误差矩阵中,得到具有时空相关性的风速预测误差矩阵。

步骤 2:将时空相关性风速预测误差与风速预测值相叠加得到具有时空相关性的风速值,用风功曲线得到风电输出功率。

步骤 3:将具有时空相关性的风电输出功率及负荷波动加入到直流潮流方程中,形成基于直流潮流的 ATC 计算模型。

步骤 4:将基于直流潮流的 ATC 计算模型转化为 ADMM 标准形式,通过 ADMM 对 ATC 计算模型进行优化求解,得出相应的结论。



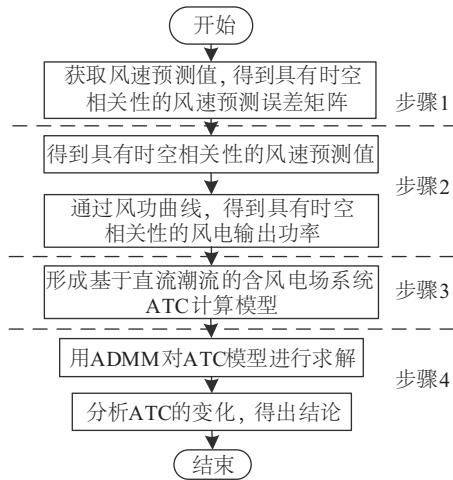


图1 ATC算法流程图

Fig. 1 Flow chart of ATC algorithm

## 4 算例分析

### 4.1 ADMM优化算法的验证

本文以 IEEE-9、IEEE-39、IEEE-118 这 3 个标准系统进行仿真,采用标么值进行计算,基准容量取 100 MW,并通过 ADMM 以及 Matpower 中的 LPM 计算系统 ATC,分别从 ATC 的数值大小、计算 ATC 所用的时间、原对偶残差的收敛曲线、对偶更新步长对迭代收敛的影响 4 个方面进行仿真,验证该算法的有效性。

首先,采用 ADMM 和 LPM 方法计算系统的 ATC,在不同分区情况下,对其进行比较。

1)将 IEEE-9、IEEE-39、IEEE-118 这 3 个系统分别分成送、受电 2 个区域,IEEE-9 系统通过联络线 6-5、8-9 互联;IEEE-39 系统的 2 区域通过联络线 15-14、17-18、26-25 互联;IEEE-118 系统通过联络线 24-23、33-15、34-19、38-30 互联;2 种算法下得到的 ATC 对比结果如表 1 所示,表 2 列出该分区下计算系统 ATC 所用的时间。

表1 2种算法下的ATC对比

Table1 Comparison of ATC under two algorithms

| 测试系统     | ADMM/pu | LPM/pu  | 区域联络线                      |
|----------|---------|---------|----------------------------|
| IEEE-9   | 0.7657  | 0.7657  | 6-5,8-9                    |
| IEEE-39  | 1.1200  | 1.1200  | 15-14,17-18,<br>26-25      |
| IEEE-118 | 10.7600 | 10.7601 | 24-23,33-15<br>34-19,38-30 |

表2 2种算法所用时间对比

Table2 Comparison of calculation times under two algorithms

| 测试系统     | ADMM/s | LPM/s | 区域联络线                      |
|----------|--------|-------|----------------------------|
| IEEE-9   | 0.06   | 0.40  | 6-5,8-9                    |
| IEEE-39  | 0.14   | 0.46  | 15-14,17-18,26-25          |
| IEEE-118 | 0.30   | 0.63  | 24-23,33-15<br>34-19,38-30 |

2)将 IEEE-9、IEEE-39、IEEE-118 这 3 系统重新分成送、受电 2 个区域,IEEE-9 系统通过联络线 5-6、8-7 互联;IEEE-39 系统通过联络线 11-6、14-4、16-17 互联;IEEE-118 系统通过联络线 24-23、42-40、42-41、45-44、65-38 互联;此分区下系统的 ATC 值如表 3 所示。

表3 2种算法下的ATC对比

Table 3 Comparison of ATC under two algorithms

| 测试系统     | ADMM/pu | LPM/pu  | 区域联络线                             |
|----------|---------|---------|-----------------------------------|
| IEEE-9   | 0.8406  | 0.8406  | 5-6,8-7                           |
| IEEE-39  | 0.9031  | 0.9029  | 11-6,14-4,16-17                   |
| IEEE-118 | 14.1672 | 14.1675 | 24-23,42-40,42-41,<br>45-44,65-38 |

表 1 和表 3 分别给出 3 个测试系统在不同分区下,2 种优化算法计算出的 ATC 值,通过对比发现,对于同一个系统同一种分区下,2 种算法得到的 ATC 相同,说明了 ADMM 算法的有效性与准确性。表 2 对比了不同测试系统下 2 种算法的所用时间,通过表中的数据可得出,在保证相同计算的精度下,ADMM 优化算法在很大程度上提高了计算速度,节省了计算时间,更有利于系统的实时 ATC 计算。

其次,在通过 ADMM 进行优化求解时,对偶残差是判断 ADMM 是否达到最优解的一个重要标准,其变化趋势反映了算法的收敛特性,原始残差则反映了模型的不可行度。以 IEEE-118 系统为例,本文取绝对误差 $\epsilon^{\text{abs}}=10^{-4}$ ,相对误差 $\epsilon^{\text{rel}}=10^{-4}$ ,对偶更新步长 $\rho=1$ ,其原始残差、对偶残差随迭代变化的收敛曲线如图 2 所示,图 3 给出 IEEE-9 系统各发电机出力的收敛曲线,IEEE-9、IEEE-39、IEEE-118 这 3 个系统的目标函数收敛曲线如图 4 所示。

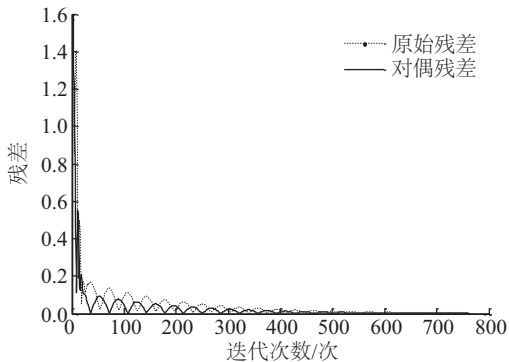


图2 IEEE-118系统原始对偶残差的收敛曲线

Fig. 2 Primal and dual residual curve of IEEE-118 bus system

通过图 2 可得,在迭代更新约 600 次后,原始残差和对偶残差均能收敛趋于 0,表明 ADMM 的优化结果在满足系统设定的各种约束条件下趋于最优。

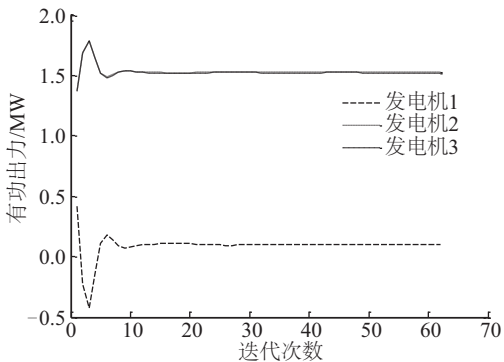


图3 IEEE-9系统各发电机出力的收敛曲线

Fig. 3 Convergence curves of each generator of IEEE-9 bus system

图 3 显示,在有限次迭代后,3 台发电机的出力趋于稳定,在 IEEE-9 系统中,发电机 1 位于受电区域,发电机 2、3 位于送电区域,位于送电区域的发电机可在满足系统约束的前提下,尽可能多增加自身出力,使得输电断面上传输更多的功率,从而得到系统的 ATC。从图 4 中可得出,在整个迭代过程的后半期,曲线都能稳定地收敛到最优解,说明 ADMM 具有较强的稳定性。

最后,讨论对偶更新步长  $\rho$  对 ADMM 收敛速度的影响,为了得到该算法的收敛速度与  $\rho$  的关系,在不同  $\rho$  下,对 IEEE-118 系统进行仿真实验,得到不同的原始残差收敛次数,结果如表 4 所示。

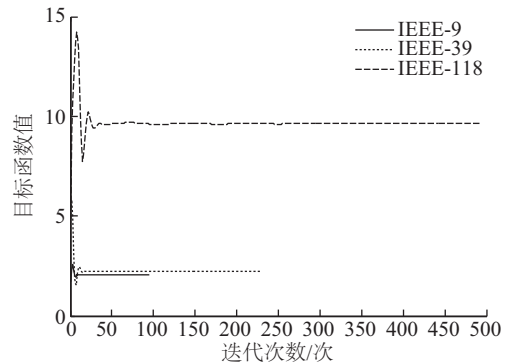


图4 三系统目标函数的收敛曲线

Fig. 4 Convergence curves of object function with three systems

表4 不同对偶更新步长下原始残差的收敛次数

Table 4 Iterations of primal residual under different dual update steps

| 测试系统 | IEEE-118 |     |     |     |      |      |
|------|----------|-----|-----|-----|------|------|
| 步长   | 0.5      | 0.8 | 1.0 | 1.5 | 1.8  | 1.9  |
| 次数/次 | 554      | 454 | 451 | 648 | 1347 | 2539 |

从表 4 中可看出,在  $\rho$  取 1.0 时,收敛速度最快,而  $\rho$  取 1.9 时,收敛速度较慢,通过测试可得出当  $\rho$  在 0.5~1.5 范围内时,收敛速度较快,而当  $\rho$  大于 1.9 时,迭代不收敛,进一步说明  $\rho$  的取值对收敛速度有较大影响。通过大量测试得出,当  $\rho$  取值在 0.8~1.8 范围内时,3 个测试系统均能收敛。由表 4 提供的迭代次数可看出,ADMM 优化算法的迭代次数偏多,但因为每次迭代所用时间较短,所以收敛到最优解所用的时间较短。

## 4.2 基于 ADMM 的含风电系统 ATC 的计算

以改进 IEEE-39 节点系统<sup>[21]</sup>为基础进行风电场仿真研究,2 个风场分别接入 16、23 节点,每个风力机的额定功率为 5 MW,风力机的切入风速为 3 m/s,额定风速为 13 m/s,切出风速为 25 m/s,风速预测误差的标准差为 0.05,风速预测误差均值为 0。每个风场共有 10 台额定输出功率为 5 MW 的风力机,风场的装机容量为 50 MW。采用标幺值进行计算,基准容量取 100 MW,详细讨论风速时空相关性对 ATC 的影响,分析情况如下。

### 4.2.1 考虑时空相关性的风场仿真

假设未考虑时空相关性,一天 24 h 这 2 个风场的风速相同,当相关系数  $\rho$  为 0.5 时,2 个风场的风

速曲线如图 5 所示。风速的相关系数对风场的预测值有一定影响。

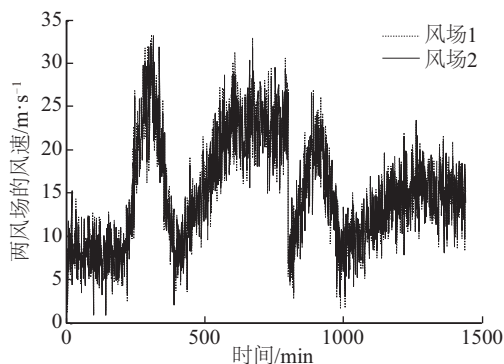


图 5 2 个风场的风速

Fig. 5 Wind speeds of two wind farms

#### 4.2.2 风电并网后系统 ATC 分析

在送电侧 16、23 节点各加入容量为 50 MW 的风场,取绝对误差 $\epsilon^{\text{abs}}=10^{-4}$ ,相对误差 $\epsilon^{\text{rel}}=10^{-4}$ ,对偶更新步长 $\rho=1$ ,讨论风速的相关性对系统 ATC 的影响,仿真结果如表 5 所示。

表 5 风速相关性对 ATC 影响

Table 5 Impact of wind speed correlation on ATC

| 相关<br>系数 | 时间/h   |        |        |        |
|----------|--------|--------|--------|--------|
|          | 2      | 5      | 10     | 15     |
| 无风电      | 1.7625 | 0.8847 | 0.3265 | 0.8623 |
| 0        | 1.9843 | 1.0725 | 0.4587 | 0.9842 |
| 0.1      | 2.0176 | 1.0821 | 0.4624 | 0.9963 |
| 0.5      | 2.0184 | 1.1004 | 0.4632 | 1.0034 |
| 0.9      | 2.0169 | 1.0842 | 0.4621 | 1.0016 |

从表 5 可看出,即使加入的是风电这种波动性的电源,同样能提高系统的 ATC;不同的相关系数对 ATC 有不同影响,在同一时刻下,随着相关系数的增大,ATC 先增大后减小,相关系数为 0.5 时,对系统 ATC 的影响最大,并且在不同时刻下,相关系数对 ATC 的影响表现出相同的趋势,由此可得出,随着相关系数的增大,系统的 ATC 先减小后增大。这是因为不同的相关系数影响风场的输出功率,改变系统的潮流分布,进而引起系统 ATC 的变化。

## 5 结 论

本文提出基于 ADMM 的直流 ATC 计算模型,

同时考虑风速的时空相关性和负荷波动性对系统 ATC 的影响,以 IEEE-9,IEEE-39,IEEE-118 为测试系统进行仿真,得到相关结论。

1)不同的风速相关系数,对系统 ATC 有不同影响,随着相关系数的增大,ATC 先增大后减小,相关系数为 0.5 时,ATC 的值最大,在 ATC 计算过程中应予以考虑,确保分析结果的准确性。

2)通过对 3 个测试系统的仿真,验证了 ADMM 优化算法的有效性,同时得出该优化算法可提高计算速度,减少计算时间,更适合于系统的实时 ATC 计算。

3)ADMM 算法的收敛次数受对偶更新步长 $\rho$ 的影响,对于所测试的 3 个系统,当 $\rho$ 取值在 0.8~1.8 范围内时,系统均能收敛,当 $\rho$ 大于 1.9 时,迭代不收敛,所以在用 ADMM 进行优化求解时,要找到合适的 $\rho$ ,使得模型快速收敛到最优解。

#### [参考文献]

- [1] 鲁宗相,李海波,乔颖.含高比例可再生能源电力系统灵活性规划及挑战[J].电力系统自动化,2016,40(13):147—157.
- [1] Lu Zongxiang, Li Haibo, Qiao Ying. Power system flexibility planning and challenges considering high proportion of renewable energy[J]. Automation of Electric Power System, 2016, 40(13): 147—157.
- [2] 张粒子,李丰,叶红豆,等.考虑风电和负荷波动及 N-1 故障的发电备用优化方法研究[J].太阳能学报,2014,35(1):64—73.
- [2] Zhang Lizi, Li Feng, Ye Hongdou, et al. Optimal reserve dispatch approach considering wind power and load fluctuations and N-1 fault[J]. Acta Energiac Solaris Sinica, 2014, 35(1): 64—73.
- [3] Li F X, Wei Y L. A probability-driven multilayer framework for scheduling intermittent renewable energy[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2012, 3(3): 455—464.
- [4] 孙国强,陈胜,郑玉平,等.计及电—气互联能源系统安全约束的可用输电能力计算[J].电力系统自动化,2015,39(23):26—32.
- [4] Sun Guoqiang, Chen Sheng, Zheng Yuping, et al. Available transfer capability calculation considering electricity and natural gas coupled energy system security constraints[J]. Automation of Electric Power System, 2015, 39(23): 26—32.

- [5] NERC. Available transfer capability definition and determination: A reference document prepared by TTC task force[R]. New Jersey: North American Electric Reliability Council, 1996.
- [6] Shin D J, Kim J O, Kim K H, et al. Probabilistic approach to available transfer capability calculation[J]. Electric Power Systems Research, 2007, 77(7): 813—820.
- [7] Rodrigues A B, Da Silva M G. Probabilistic assessment of available transfer capability based on monte carlo method with sequential simulation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2007, 22(1): 484—492.
- [8] 王成山, 王兴刚, 孙 玮. 含大型风电场的电力系统概率最大输电能力快速计算[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(10): 56—62.
- [8] Wang Chengshan, Wang Xinggang, Sun Wei. Fast calculation and analysis of probabilistic total transfer capability in power system including large-scale wind farms[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(10): 56—62.
- [9] 李中成, 张步涵, 段 瑶, 等. 含大规模风电场的电力系统概率可用输电能力快速计算[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(4): 505—513.
- [9] Li Zhongcheng, Zhang Buhuan, Duan Yao, et al. Fast calculation of probabilistic available transfer capability in power systems including large-scale wind farms[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(4): 505—513.
- [10] Shayesteh E, Hobbs B F, Soder L, et al. ATC-Based system reduction for planning power systems with correlated wind and loads[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015, 30(1): 429—438.
- [11] 罗 钢, 石东源, 蔡德福, 等. 计及相关性的含风电场电力系统概率可用输电能力快速计算[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(7): 1024—1032.
- [11] Luo Gang, Shi Dongyuan, Cai Defu, et al. Fast calculation of probabilistic available transfer capability considering correlation in wind power integrated systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(7): 1024—1032.
- [12] 潘 雄, 周 明, 孔晓民, 等. 风速相关性对最优潮流的影响[J]. 电力系统自动化, 2013, 37(6): 37—41.
- [12] Pan Xiong, Zhou Ming, Kong Xiaomin, et al. Impact of wind speed correlation on optimal power flow[J]. Automation of Electric Power System, 2013, 37(6): 37—41.
- [13] Saunders C S. Point estimate method addressing correlated wind power for probabilistic optimal power flow[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2014, 29(3): 1045—1054.
- [14] Hamoud G. Assessment of available transfer capability of transmission systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2000, 15(1): 27—32.
- [15] Erseghe T. Distributed optimal power flow using ADMM[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2014, 29(5): 2370—2380.
- [16] Pinson P, Papaefthymiou G, Klockl B, et al. From probabilistic forecasts to statistical scenarios of short-term wind power production[J]. Wind Energy, 2009, 12(1): 51—62.
- [17] Pinson P, Chevallier C, Kariniotakis G N. Trading wind generation from short-term probabilistic forecasts of wind power[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2007, 22(3): 1148—1156.
- [18] Díaz G, Gomez-Aleixandre J, Coto J. Wind power scenario generation through state-space specifications for uncertainty analysis of wind power plants[J]. Applied Energy, 2016, 158(1): 1—28.
- [19] Boyd S, Parikh N, Chu E, et al. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers[J]. Foundations & Trends in Machine Learning, 2011, 3(1): 13—23.
- [20] 王锡凡. 现代电力系统分析[M]. 北京: 科学出版社, 2009: 95—96.
- [20] Wang Xifan. Modern power system analysis[M]. Beijing: Science Press, 2009: 95—96.
- [21] 赵晶晶, 魏 炜, 王成山. 基于电网分区的分布式输电能力计算[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(7): 1—6.
- [21] Zhao Jingjing, Wei Wei, Wang Chengshan. Distributed based on decomposed system network[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(7): 1—6.



## CALCULATION OF ATC IN POWER SYSTEM INCLUDING WIND FARMS BASED ON ALTERNATING DIRECTION METHOD OF MULTIPLIERS

Li Guoqing<sup>1</sup>, Hui Xinxin<sup>1</sup>, Sun Fujun<sup>2</sup>, Shen Guanye<sup>1</sup>, Song Kaihao<sup>1</sup>

(1. *School of Electrical Engineering, Northeast Electric Power University, Jilin 132012, China;*

2. *State Grid Heilongjiang Electric Power Company Limited, Harbin 150090, China*)

**Abstract:** As large-scale wind power integrating into power grid, the fluctuation, intermittency, temporal and spatial correlation of wind speed are big challenges for the calculation of available transfer capability. Thus, ATC calculation model considering temporal and spatial correlation of wind speed was established. Based on DC power flow, the correlation of wind speed and load uncertainty have influence on power flow distribution and the model is solved by alternating direction method of multipliers to improve the speed of ATC calculation. The accuracy and effectiveness of the proposed algorithm is verified by simulation of an approved IEEE-9, IEEE-39 and IEEE-118 node system.

**Keywords:** wind farms; temporal and spatial correlation of wind speed; DC power flow; alternating direction method of multipliers; available transfer capability